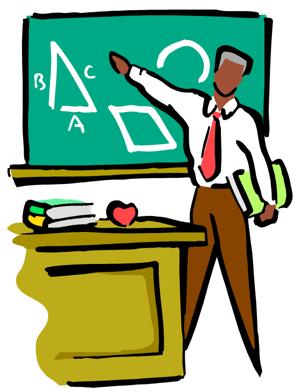
UPR CAYEY   *División de Educación Continuada y Estudios Profesionales*

Tutorial de problemas verbales



Roberto Meléndez Santos

Segundo Díaz Meléndez

Verano 2006

INTRODUCCIÓN

La matemática es un lenguaje que se ha desarrollado a través de la historia humana. Con el propósito de resolver problemas o situaciones que nos encontramos en el diario vivir, el ser humano tiene la tarea de buscar una manera uniforme de trabajar con ellos. Buscar el valor de una cantidad desconocida, es el estudio más importante de aplicaciones que tienen las ecuaciones. Para aquellos problemas o situaciones que requieren el uso de las matemáticas, los llamaremos **problemas verbales.** Ahora vas a traducir a expresiones algebraicas, ciertas descripciones verbales que representan situaciones donde se relacionan con cantidades. Los valores desconocidos serán representados por una letra y las conocidas por constantes.

En este manual tendrás la oportunidad de resolver problemas verbales usando una serie de actividades instruccionales. La primera actividad sirve para repasar algunas ideas.

Actividad número 1

Esta actividad tiene como propósito presentarte: unas sugerencias útiles en la solución de problemas verbales, algunas palabras que sugieren una operación en particular y traducir frases a su forma algebraica y viceversa.

Objetivos Específicos:

Al finalizar el estudio de la actividad 1, el estudiante:

(1) Traducirá enunciados a expresiones algebraicas.
(2) Traducirá expresiones algebraicas a enunciados.

Sugerencias útiles

Las siguientes sugerencias te ayudarán a resolver problemas verbales.

(1) Leer el problema tantas veces como sea necesario.
(2) Resumir el problema.
(3) Determinar si los datos del problema son suficiente para resolverlo.
(4) Considerar la pregunta del problema. ¿Qué te pide?
(5) Escribir una ecuación.
(6) Resolver la ecuación.
(7) Verificar tu resultado.

Palabras que sugieren una operación

Las siguientes palabras sugieren una operación al resolver problemas verbales. Como existen otras palabras, puedes añadirlas en esta lista.

Palabras que sugieren:			
Multiplicación	**División**	**Suma**	**Resta**
el producto	cociente	total	la diferencia
veces	dividido entre	suma	menos
de,(1/2 de 8, 5% de 10,etc.)		incrementado en	menos que
el doble, el triple, etc.		más que	restado de
		agregar a	disminuido
		la suma de	
		sumado	

Traducción de frases a expresiones algebraicas

En esta parte lo que vas a hacer es una traducción de un lenguaje a otro.

Estudia con mucho cuidado cada uno de los siguientes ejercicios de repaso.

Escribe la forma simbólica para cada uno de los siguientes casos. Recuerda que cuando tenemos un valor desconocido usarás una letra.

Ejercicios de repaso

(1) La suma de dos números

Al no conocer los números, puedes representar esa expresión verbal como **x + y,** donde **x** y **y** representan los números. Puedes utilizar otras letras en vez de la **x** o la **y.**

(2) Un número disminuido por ocho

Si usamos la letra **a** para representar el valor desconocido, entonces la forma simbólica para esa expresión verbal será **a – 8.**

Favor de completar los espacios en la tabla uno.

Tabla 1

Traducción de enunciados a expresiones algebraicas		
Enunciado	**Frase que indica la operación**	**Expresión algebraica**
siete más que un número		
un número incrementado en cuarenta		
doce menos un número		
doce menos que un número		
un número disminuido en trescientos		
el doble de un número		
el triple de un número		
el producto de diecisiete punto uno y un número		
un cuarto de un número		
tres octavos de un número		
Y más que el triple de un número		
diez unidades menos que el doble de un número		
siete veces la suma de un número y un octavo		
cuatro veces la suma de un número y sesenta		
el doble de un número incrementado en tres		
la diferencia de tres veces un número y cuatro		
el producto de dos números enteros consecutivos		
un número aumentado tres veces su recíproco		
la suma de dos números pares		
un número dividido entre doce		
el cociente de dos números impares		

Actividad número 2

Destreza: Resolver problemas verbales que involucran números.

Objetivos Específicos

Al finalizar la actividad número 2, el estudiante:

(1) Resolverá problemas verbales de relaciones entre números enteros.

(2) Resolverá problemas verbales de números enteros consecutivos.

(3) Resolverá problemas verbales de números pares consecutivos.

(4) Resolverá problemas verbales de números impares consecutivos.

Estudia cada uno de los siguientes ejercicios. Observa el procedimiento.

Ejemplo 1: Un número aumentado por una cuarta parte de él mismo es igual a 40. ¿Cuál es el número?

Solución: Asignaremos **x** al número que debemos hallar. La cuarta parte es $\frac{x}{4}$

La ecuación resultante es $x+\frac{x}{4}=40$ Si multiplicamos

ambos miembros de la ecuación por 4, obtenemos $4x+x=160$.

Entonces,

$$\begin{aligned} x+\frac{x}{4}&=40\\ 4x+x&=160\\ 5x&=160\\ x&=32 \end{aligned}$$

Luego de verificar, el número que estamos buscando es 32.

Ejemplo 2: Un número es 8 más que otro. Si la suma de ambos números es 44, hallar los números.

Solución: El problema trata de dos números. Si **x** es uno de los números, el otro número será **x + 8.** Por lo tanto, tenemos la ecuación **x + (x + 8) = 44.**

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x + (x + 8)} &= \mathbf{44} \\
\mathbf{x + x + 8} &= \mathbf{44} \\
\mathbf{2x + 8} &= \mathbf{44} \\
\mathbf{2x} &= \mathbf{44 - 8} \\
\mathbf{2x} &= \mathbf{36} \\
\mathbf{x} &= \mathbf{18}
\end{aligned}
$$

Luego de verificar, vemos que los números que estamos buscando son 18 y 26.

Ejemplo 3: La suma de tres números enteros consecutivos es 51. ¿Cuáles son los números?

Solución: Aquí nos piden tres números enteros consecutivos. Si **x** es el primero, entonces el segundo es **x + 1** y el tercero es **x + 2.** Por lo tanto, la ecuación es:

$x + (x + 1) + (x + 2) = 51$
$3x + 3 = 51$, ¿Qué se hizo?
$3x = 48$, ¿Qué se hizo?
$x = 16$, ¿Qué se hizo?

Los números son 16, 17 y 18.

Problemas de práctica

Trabaja con mucho cuidado cada uno de los siguientes problemas verbales. De los 10 problemas, debes tener un mínimo de 7 problemas correctos. Si aún tienes duda, usa los servicios del tutor o de tu profesor.

1. La suma de cuatro números enteros consecutivos pares es 276. Hallar los números.

2. La suma de tres números enteros consecutivos impares es 39. Hallar la diferencia entre el número mayor y el número menor.

3. La suma de dos números enteros es 29. Si uno de ellos es 7 menos que el otro, ¿cuál es el producto de los dos números?

4. Multiplicando un número por 3 da el mismo resultado que sumando 8 al número. ¿Cuál es el número?

5. Un pedazo de alambre tiene 49 pulgadas de longitud. Si se corta el alambre en dos pedazos de manera que uno de los dos pedazos es 13 pulgadas menor que el otro, determina la longitud de cada pedazo de alambre.

6. La suma de las longitudes de dos segmentos de rectas es 7 cm. Si la longitud del segmento de recta más corto es triplicado, el segmento resultante es 1 cm menor que el segmento mayor. ¿Cuál es la medida de cada segmento?

7. Tomando la mitad de un número da el mismo resultado que sumando 5 al número. ¿Cuál es el número?

8. Dividiendo un número entre 5 da el mismo resultado que sumando 16 al número. ¿Cuál es el número?

9. La suma de tres números es 200. El mayor de los números excede al del medio en 32 y al menor en 65. Hallar los números.

10. La diferencia entre un tercio de un número y un cuarto del mismo es 3. ¿Cuál es el número?

Actividad número 3

Destreza: Resolver problemas verbales que involucran perímetro y área.

Objetivos Específicos
Al finalizar la actividad número 3, el estudiante:

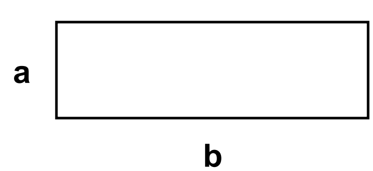
(1) Resolverá problemas verbales relacionados con el perímetro de un rectángulo.

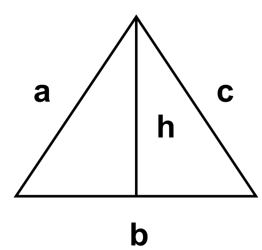
(2) Resolverá problemas verbales relacionados con el perímetro de un triángulo.

(3) Utilizará la definición de triángulo isósceles.

(4) Utilizará la definición de triángulo equilátero.

El perímetro (P) de una figura es la suma de las longitudes de sus lados. El área(A) es la superficie total contenida dentro de las fronteras de la figura. Para el caso de un rectángulo cuyo base sea b y altura a, P = a + a + b + b = 2a + 2b, A = boa. Para el caso de un triángulo cuyos lados sean a, b , c, y altura sea h, P = a + b + c, $A = \frac{b * h}{2}$. Favor de ver las figuras a continuación





Figuras

Un cuadrado es un rectángulo cuya base y altura son iguales. Un triángulo equilátero es uno en el que la medida de sus tres lados es igual, uno isósceles es en el que la medida de dos de sus lados es igual.

Estudia cada uno de los siguientes ejercicios. Observa el procedimiento.

Ejemplo 1: La base de un rectángulo mide 6 pies más que su altura y el perímetro es de 96 pies. Encuentre las dimensiones del rectángulo.

Solución: En el problema se nos pregunta la base y la altura del rectángulo.

Sea **a** la altura del rectángulo
a + 6, sería la base (la base mide 6 pies más que su altura)

El problema dice que el perímetro es 96 pies. Como el perímetro de un rectángulo P = 2a + 2b, tenemos la ecuación 96 = 2a + 2(a + 6).

Al resolver la ecuación se obtiene a = 21, por lo cual la base = 21 + 6 = 27.

Las dimensiones del rectángulo son: altura 21 y base 27.

Ejemplo 2: La suma de la base y la altura de un triángulo es 35 pies. Encuentre el área del triángulo si la altura mide 22 pies menos que el doble de la base.

Solución: En el problema se nos pregunta el área del triángulo. Para poder determinar el área necesitamos la base y la altura del mismo.

Sea **x** la base del triángulo
35 – x, es la altura del mismo (la suma de la base y la altura es 35 pies , x + 35 – x = 35)

2x , sería el doble de la base ya que definimos la base como x

La ecuación sería 2x = 35 – x + 22 (la altura que la definimos como 35 – x mide 22 pies menos que el doble de la base)

Al resolver la ecuación se obtiene x = 19 pies , por lo cual la altura es

35 – 19 = 16 pies. Para determinar el área utilizamos la fórmula
$A = (a * b) / 2 = (19 \text{ pies} * 16 \text{ pies}) / 2 = 152 \text{ pies}^2$
El área del triángulo es 152 pies cuadrados.

Ejemplo 3: Un lado de un triángulo mide el doble del otro. El tercer lado es de 6 pulgadas y el perímetro es 18 pulgadas. Encuentre la longitud de los dos lados.

Solución: El problema nos pregunta la longitud de los lados que no conocemos ya que el otro lado mide 6 pulgadas.

Sea x la longitud de uno de los lados
2x, la longitud del otro lado (es el doble del otro)

El perímetro del triángulo nos dicen que es 18 pulgadas por lo que al utilizar la fórmula de perímetro para un triángulo se obtiene la ecuación
$18 = x + 2x + 6$.

Al resolver la ecuación se obtiene $x = 4$ pulgadas, por lo cual el otro lado es $2(4) = 8$ pulgadas.

La medida de los dos lados del triángulo son 4 pulgadas y 8 pulgadas.

Problemas de práctica

Trabaja con mucho cuidado cada uno de los siguientes problemas verbales. De los 10 problemas, debes tener un mínimo de 7 problemas correctos. Si aún tienes duda, usa los servicios del tutor o de tu profesor.

1. La altura de un rectángulo mide 8 pies menos que la base. Si el perímetro del rectángulo es de 60 pies. Halle las dimensiones de éste.

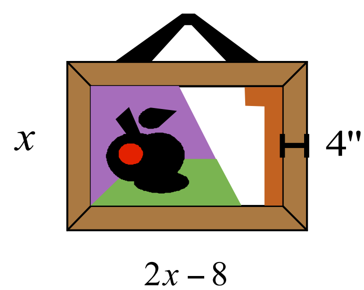
2. La base de un rectángulo es el triple de la altura, y el perímetro es de 256 pies. Obtenga las dimensiones del rectángulo.

3. La base de un rectángulo mide 4 pies más que el doble de la altura, y el perímetro es de 146 pies. Determine las dimensiones del rectángulo.

4. La suma de la base y la altura de un triángulo es 81 pies. Determine el área del triángulo si el triple de la altura supera en dos pies al doble de la base.

5. La suma de la base y la altura de un triángulo es 63 pies. Obtenga el área del triángulo si el triple de su base supera en 7 pies a 4 veces su altura.

6. La base de una pintura rectangular es 8 pulgadas menor que el doble de su altura. Si el marco tiene 4 pulgadas de ancho y un área de 816 pulgadas cuadradas. Hallar las dimensiones de la pintura.



7. Si dos de los lados opuestos de un cuadrado se incrementan en 3 pulgadas cada uno y los otros dos lados opuestos disminuyen 2 cada uno, el área aumenta 8 pulgadas cuadradas. Encontrar el lado del cuadrado.

8. En un triángulo isósceles, los dos lados iguales son dos pies menos que el otro lado. Si el perímetro es 26 pies, encontrar el largo de los lados.

9. Si el perímetro en un triángulo equilátero es 150 pies. Encontrar el largo de los lados.

10. El área de la oficina de correos más pequeña de Estados Unidos de Norte América (en Ochopee, Florida) es de 48 pies cuadrados. Si el largo de la oficina es 6 pies, determinar el perímetro de la oficina.

Actividad número 4

Destreza: Resolver problemas verbales que involucran por cientos.

Objetivos Específicos:

Al finalizar la actividad 4 el estudiante:

(1) Resolverá problemas verbales de por ciento.

(2) Resolverá problemas verbales de inversiones con la fórmula:

I = Pr (I es el interés que se recibe, P es la cantidad que se deposita y r es la tasa intereses).

En esta actividad vas a trabajar con por cientos. Al trabajar con por cientos, estarás trabajando con fracciones que tienen a 100 como denominador. Una forma simple de expresar esta razón es usando el símbolo %. Por ejemplo, 7% significa 7 de cada 100. Entonces 7% = $\frac{7}{100}$ = 0.07.

Ejemplos:

$8\% = \frac{8}{100} = 0.08$ $\qquad 13\% = \frac{13}{100} = 0.13$ $\qquad 100\% = \frac{100}{100} = 1.00$

$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$ $\qquad \frac{2}{3} = 66\frac{2}{3}\% = 0.666\ldots$ $\qquad \frac{3}{5} = 60\% = 0.6$

Como una aplicación, simple se conocen tres casos básicos. La siguiente fórmula te ayudará comprender los tres casos:

Porcentaje = Rédito * Base **P = R * B**

Rédito es la presentación del tanto por ciento como decimal o fracción. Si el decimal es uno periódico, se recomienda usar la fracción equivalente. Es bueno señalar que **porcentaje y por ciento** no son sinónimos. Porcentaje es un producto como puedes apreciar en la fórmula.

Primer caso: Hallar el 4% de \$20.
Aquí nos piden el **porcentaje.**

P = 0.04 * \$20

= \$0.80

Hallar el 33 $\frac{1}{3}$ % de \$60.

P = $\frac{1}{3}$ * \$60

= \$20

Usando la calculadora:

P = 0.3333333 * \$60

= \$20

(se usan siete lugares)

Segundo caso: ¿Qué por ciento de 15 es 5?

Aquí nos piden hallar el **rédito.** Como P = R * B, entonces $R = \frac{P}{B}$

$$R = \frac{5}{15}$$

= 33 1/3 %

Tercer caso: ¿De qué número es 13 el 25%.

Aquí nos piden hallar la **base.** Como P = R * B, entonces $B = \frac{P}{R}$

$$B = \frac{13}{0.25}$$

= 52

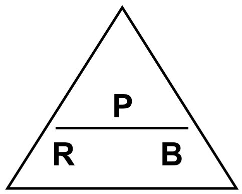
Orejitas: La frase por ciento **de un número,** el número sugiere la base.

La palabra **de** sugiere multiplicación.

25% = $\frac{1}{4}$ 50% = $\frac{1}{2}$ 33 $\frac{1}{3}$ % = $\frac{1}{3}$

Actividad número 4:

El siguiente diagrama te ayudará a recordar los tres casos:



Si tapas la P, tienes R * B.
Si tapas la B, tienes P/R.
Si tapas la R, tienes P/B.

Los problemas de porcentaje, rédito y base se pueden resolver usando proporciones. Usando esa idea, podrás utilizar la siguiente proporción:

$$\frac{R}{100} = \frac{P}{B} \quad \textbf{, donde} \quad \frac{R}{100} \textbf{ = R\%}$$

<u>Ejemplos</u>:

1. Hallar el 15% de $180.

$$\frac{15}{100} = \frac{P}{180}$$

100 P = 15 * 180
100 P = 2,700
P = 27 $27 es el 15% de $180.

2. ¿Qué por ciento de $128 es $79.36?

$$\frac{R}{100} = \frac{79.36}{128}$$

128 R = 100 * 79.36
R = 62% 62% es el por ciento que se está buscando.

3. ¿$18 es el 20% de que cantidad?

$$\frac{20}{100} = \frac{18}{B}$$

20 B = 100 * 18
B = $90 $90 es el 20% de $18.

Problemas de práctica: Primera parte.

Recuerda corregirte. Debes obtener un mínimo de 7 problemas correctos.

1. ¿Cuál es el 40% de 350?

2. Buscar el 10.5% de 400.

3. Hallar el $\frac{1}{4}$ % de $6,300.

4. ¿60 es qué por ciento de 150?

5. ¿Qué por ciento de 400 es 34?

6. ¿Qué por ciento de 150 es 180?

7. ¿30 es el 12% de qué número?

8. ¿11% de 200 es qué número?

9. ¿7.5% de qué número es 45?

10. ¿12% de qué número es 240?

Problemas de práctica: Segunda parte.

1. Un candidato político obtuvo el 25% de los votos. Si en total 20, 000 votaron, ¿cuántas personas votaron por este candidato?

2. Un equipo para carro cuesta $330. Si esa cantidad representa el 11% del precio del carro, ¿cuál es el precio del carro?

3. Un empleado recibe un salario mensual de $850. El paga $153 de renta, ¿qué por ciento de su salario representa esa partida?

4. En la venta del Día de los Padres una tienda tiene las guayaberas con un 27% de descuento. Si el precio regular de cada guayabera es $43.95, determina de cuánto será el descuento.

5. Rosa recibe un aumento del 12% en su sueldo mensual. Si ahora gana $1,260, ¿cuál era su sueldo antes del aumento?

6. En un salón hay 25 estudiantes. Si 11 son muchachas, ¿qué por ciento de muchachos hay?

7. La población infantil de una aldea es 30% de la población total. Si hay 210 niños, ¿cuál es el 6% de la población total?

8. Una persona pesaba originalmente 150 libras y luego su peso disminuyó a 125 libras. ¿Cuál fue el por ciento de disminución?

9. Un artículo se vende con un 5% de descuento. Si el precio marcado es $510, ¿por cuánto debe venderse?

10. El perro de mi vecino ha aumentado de 65 libras a 78 libras. ¿Cuál fue el por ciento de aumento?

Problemas de práctica: Tercera parte.

1. Dos cantidades de dinero que totalizan $30,000 ganan respectivamente 6% y 9% de interés anual. Encuentre ambas cantidades si juntas dan una ganancia de $2,340.

2. Olguita tiene $10,000 invertido al 6% de interés anual. ¿Cuánto debe invertir al 7.5% de interés anual para que el interés de ambas inversiones le den un ingreso de $2,400?

3. La señora Pérez invirtió dos cantidades iguales de dinero, una al 5.25% y la otra al 7.75% de interés anual. ¿Cuánto invirtió en total si su ingreso por interés fue de $1,040?

4. El señor Ramírez realizó dos inversiones cuya diferencia es $18,000. La inversión menor fue al 7.8% y la mayor al 8.6% de interés anual. Determina las cantidades invertidas si el ingreso anual por intereses fue de $2,860.

5. Francisco tiene $12,000 invertidos al 5.5% de interés anual. ¿Cuánto dinero adicional debe invertir al 8% de interés anual para que su ingreso por intereses en un año sea igual al 7% de la inversión total?

6. Beatriz y Juan tienen $8,500 invertidos al 6% de interés anual. ¿Qué cantidad adicional deben invertir al 13% de interés anual para que su ingreso anual por intereses sea igual al 10.5% de la inversión total?

7. Un automóvil se vendió en $16,000 hace dos años. El mismo modelo se vende este año en $18,000. ¿Cuál es el por ciento de aumento en el precio de compra?

8. ¿En cuánto se venderá un sofá si su precio regular de $840 tiene un descuento de un 15%?

9. Una compañía de seguros proyecta invertir el 25% de su cartera en capital en acciones. La compañía tiene un capital total de $559,706,600 del cual $132,232,950 está invertido en acciones. ¿Cuánto más puede invertir en acciones?

10. Don Luis dio un pronto de $9,600 para comprar una casa. Ese pronto era el 20% del precio de la casa. ¿Cuál es el valor de la casa?

Actividad número 5

Destreza: Resolver problemas que involucran mezcla de soluciones e ingredientes.

Objetivos Específicos:
Al finalizar la actividad número 5 el estudiante:

(1) Resolverá problemas verbales de mezcla con la fórmula:

Q = sr (Q es la cantidad de sustancia en la solución, s es la cantidad de solución y r es la concentración de la sustancia en la solución).

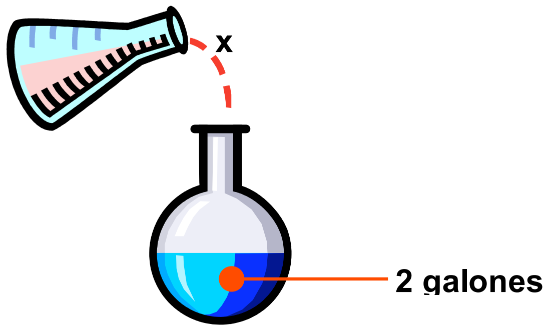
(2) Resolverá problemas verbales de mezcla con la fórmula:

v = pn (v es el valor, p es el precio por libra y n es el número de libras).

Un problema en el que se combinen dos o más cantidades o se separe una cantidad de dos o más cantidades se puede considerar como un problema de mezcla. Para resolver problemas de mezcla se usa el hecho de que la cantidad (o valor) de una sustancia en una solución es igual antes y después de mezclarla con otra. Por ejemplo: si en una piscina el agua tiene un 10 % de cloro y la cantidad de solución en la piscina es 10000 galones, entonces la cantidad de la sustancia, en este caso cloro, en la piscina es 1000 galones (Q = 10000 * 0.10). Si esos 10000 galones se mezclan con 50 galones de agua pura la cantidad de galones de cloro va a seguir siendo 1000 galones. Si tenemos 4 onzas de café con 5 granos de la sustancia azúcar y la mezclamos con 4 onzas de café que contiene 2 granos de azúcar entonces la mezcla tiene 7 granos de azúcar.

<u>Ejemplo 1</u>: ¿Cuántos galones de agua pura deben agregarse a 2 galones de una solución de sal al 10 % para producir una solución al 4 %?

<u>Solución</u>: A la solución se le quiere disminuir la concentración de sal. Para lograr esto se va a añadir agua pura (0 % concentración de sal). Sea x la cantidad de galones de agua pura que hay que añadir para disminuir la concentración de sal al 4 %.



Para resolver estos ejercicios vamos a utilizar la fórmula Q = sr en una tabla.

Tabla		
S (galones)	**r**	**Q**
2	0.10	2(0.10) = 0.2, de los 2 galones de solución al 10% de sal 0.2 galones son de sal. Esta es la cantidad de la sustancia sal en la solución.
x	0	x(0) = 0, esta es la cantidad de la sustancia sal en los x litros de agua pura que se añaden.
mezcla 2 + x galones (los 2 galones que habían y los x galones que se añaden de agua pura)	0.04	(2 + x)(0.04), la cantidad de sal en la mezcla.

Como la cantidad de cloro en las soluciones antes de mezclar es igual a la cantidad de cloro en la mezcla tenemos que la ecuación es:

$$0.2 + 0 = (2 + x)(0.04)$$

Al resolver la ecuación se obtiene x = 3 galones.

¿Qué significa este resultado?

Si tenemos 2 galones de una solución al 10% de sal entonces hay que añadir 3 galones de agua pura a la solución para que la concentración de sal baje a 4%.

Ejemplo 2: Un químico mezcló 200 gramos de una solución de yodo al 30% con 500 gramos de otra solución de yodo. ¿Cuál es el por ciento de yodo en la segunda solución, si la mezcla se tiene 20% de yodo?

Solución: Sea x el por ciento de yodo en la segunda solución. En la tabla a continuación se presentan los datos del ejemplo.

la		
s	**r**	**Q**
200	0.30	200(0.30) = 60 gramos ¿Qué representa este número?
500	x	(500)(x) gramos ¿Qué representa este número?
mezcla 200 + 500 = 700	0.20	(700)(0.20) = 140 gramos

Como la cantidad de yodo en las soluciones antes de mezclar es igual a la cantidad de yodo en la mezcla tenemos que la ecuación es:

$$60 + 500x = 140$$

Al resolver la ecuación se obtiene x = 0.16 = 16 %.

¿Qué significa este resultado?

Actividad número 5

Si en una tienda hay un chocolate que cuesta a $2.00 la libra y una persona compra 5 libras entonces el valor del chocolate es v = $2.00 * 5 = $10.00.

Ejemplo 3: ¿Cuántas libras de té de $4.59 la libra deben mezclarse con 27 del mismo producto de $3.79 la libra para producir una mezcla de $3.99 la libra?

Solución: Sea x las libras de té de $4.59 la libra. En la tabla a continuación se presentan los datos del ejemplo.

Tabla		
n (número de libras)	**p (precio por libra)**	**v**
x	4.59	(x)(4.59), este es el valor de x libras de té a 4.59 la libra. Una libra tendría un valor de (1)(4.59), dos libras de (2)(4.59)..... x libras de (x)(4.59)
27	3.79	(27)(3.79) = 102.33, este es el valor de 27 libras de té a 3.79 la libra
mezcla x + 27	3.99	(x + 27)(3.99), este es el valor de las x + 27 libras en la mezcla a 3.99 la libra

Para este ejemplo tenemos la ecuación:

$$(x)(4.59) + 102.33 = (x + 27)(3.99)$$

¿Por qué?

Si se resuelve la ecuación se obtiene 9 libras.

¿Qué significa este resultado?

Se deben mezclar 9 libras de té de $4.59 la libra con 27 libras de té de $3.79 la libra para obtener una mezcla con valor $3.99

Problemas de práctica

Trabaja con mucho cuidado cada uno de los siguientes problemas verbales. De los 10 problemas, debes tener un mínimo de 7 problemas correctos. Si aún tienes duda, usa los servicios del tutor o de tu profesor.

1. ¿Cuántas onzas de alcohol deben añadirse a 100 onzas de una solución al12% de yodo en alcohol para obtener una solución al 8% de yodo?

2. ¿Cuántos litros de una solución de sal al 30% deben agregarse a 10 litros de igual solución al 16% para producir una al 20% de sal?

3. ¿Cuántas onzas de una solución de yodo al 16% deben añadirse a 60 onzas del mismo tipo de solución al 3% para obtener una al 8%?

4. Un hombre mezcló 100 libras de una aleación de cobre al 90% con 150 libras del mismo tipo de aleación al 60% ¿Cuál es el porcentaje de cobre en la mezcla?

5. Jazmín mezcló 800 gramos de una solución de yodo al 6% con 700 gramos de una solución de yodo al 9%. ¿Cuál es el por ciento de yodo en la mezcla?

6. Margarita mezcló 30 litros de una solución de desinfectante al 46% con 55 litros de otra. ¿Cuál es el por ciento de desinfectante en la segunda si la

mezcla contiene 24% de desinfectante?

7. Julia mezcló una aleación de plata al 40% con otra, al 90%, para hacer una al 75%. Si hay 20 onzas más de la aleación al 90% que de la de 40%. ¿Cuántas onzas hay en la mezcla total?

8. Un agricultor mezcló un fertilizante que contiene 20% de nitrógeno con otro de 60% para hacer un fertilizante con 34% de nitrógeno. Si hay 36kg menos del fertilizante de 60% que del 20%, ¿Cuántos kilogramos hay en la mezcla total?

9. Un abarrotero mezcla 2 clases de nuez, una vale $2.59 la libra y, la otra, $3.99. Si la mezcla pesa 84 libras y vale $3.09 la libra. ¿Cuántas libras de cada clase se debe utilizar?

10. En una tienda se mezclan 2 clases de grano de café, uno vale $2.79 la libra y el otro, $3.09. Si la mezcla pesa 400 libras y se vende a $3.09 la libra. ¿Cuántas libras de cada clase de grano se debe utilizar?

Actividad número 6

Destreza: Resolver problemas verbales que involucran distancia, velocidad y tiempo.

Objetivos específicos:
Al finalizar la actividad 6 el estudiante:

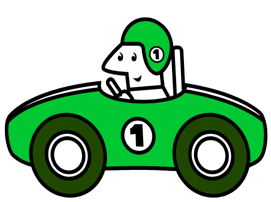
Resolverá problemas verbales de movimiento uniforme con la fórmula:

d = vt. (d es la distancia recorrida, v es la velocidad y t es el tiempo).

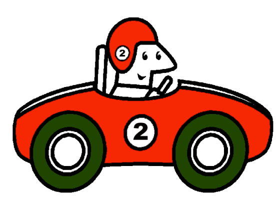
La distancia que recorre un objeto con velocidad constante se puede determinar con la fórmula anterior. Por ejemplo un avión comercial grande puede viajar a 600 millas por hora, si este avión mantiene esa velocidad por 3 horas entonces la distancia que recorre es 1800(600 * 3).

Ejemplo 1: Dos automóviles parten del mismo lugar a la misma vez y viajan en direcciones opuestas. El primer auto tiene una velocidad de 45mph y el segundo, tiene una velocidad de 50mph. ¿En cuántas horas se encontrarán a 570 millas entre sí?

Solución: Sea t el tiempo que se tardan los automóviles en encontrarse a 570 millas. Inicialmente la distancia entre ellos es cero, cuando el tiempo sea 1 hora la distancia entre los automóviles es (45)(1) + (50)(1) = 95, cuando el tiempo sea 2 horas la distancia es (45)(2) + (50)(2) = 190, es decir la distancia entre ellos es la suma de las distancias recorridas por el auto 1 y el auto 2.



*



d

|--|

* lugar de partida

En la tabla a continuación se presenta la información del ejemplo.

Tabla		
V	**tiempo**	**d**
45	t	45t, esta es la distancia recorrida por el auto
50	t	50t

La ecuación para este ejemplo es:

$$45t + 50t = 570$$

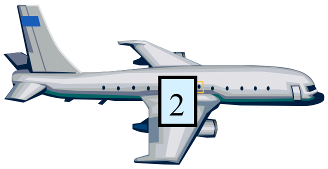
Al resolver para t se obtiene t = 6 horas.

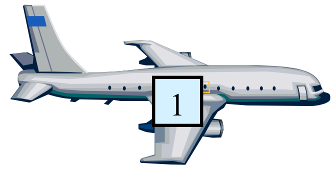
¿Qué significa este resultado?

Si un auto sale de un lugar a 45 millas por hora y otro sale a la misma vez del mismo lugar a 50 millas por hora entonces luego de 6 horas estarán a 570 millas de separación.

Ejemplo 2: Un avión a reacción que vuela a una velocidad 750 mph va a alcanzar a otro que partió 2 horas antes del mismo sitio y que vuela a una velocidad de 500 mph. ¿A qué distancia del punto de partida encontrará el primer avión al segundo?

Solución: Si t es el tiempo del avión que sale después entonces t + 2 es el tiempo del avión que salió primero (salió dos horas antes).





* punto de partida

distancia cuando el segundo avión sale
|--|
uno salió dos horas antes

En la tabla a continuación se presentan la información del ejemplo.

Tabla		
V	**t**	**d**
750	t	750t
500	t + 2	500(t + 2)

Como los aviones salen del mismo sitio en el momento que el avión que va más rápido alcanza al otro han recorrido la misma distancia. Por lo cual la ecuación para el ejemplo es:

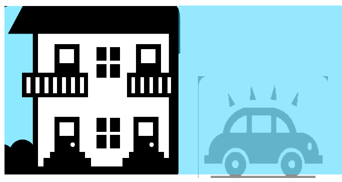
$$750t = 500(t + 2)$$

La solución de la ecuación es t = 4.

¿Qué significa esta solución?

Ejemplo 3: Un hombre cuando iba viajó a una velocidad de 30 mph y de regreso al mismo sitio a una velocidad de 35 mph. Si el viaje completo duró 6.5 horas. ¿Qué distancia recorrió?

Solución: Como el viaje completo duro 6.5 horas, si viajó 1 hora a 30 millas por hora entonces viajó 6.5 – 1 horas a 35 millas por hora, si viajó 2 horas a 30 millas por hora entoces viajó 6.5 – 2 horas a 35 millas por hora, si viajó t horas a 30 millas por hora entoces viajó 6.5 – t horas a 35 millas por hora.



*   lugar de partida   * lugar de llegada

|--|

d

La distancia para ir es la misma que para regresar.   En la tabla a continuación se presentan la información de este ejemplo.

Tabla		
V	**tiempo**	**d**
30	t	30t, esta es la distancia recorrida cuando iba, la que recorrió a 30 millas por hora
35	6.5 – t	35(6.5 – t), esta es la distancia recorrida de regreso, la que recorrió a 35 millas por hora

¿Cuál es la ecuación para este ejemplo?
¿Cuál es la solución de la ecuación?
¿Qué significa la solución de la ecuación?

Problemas de práctica

Trabaja con mucho cuidado cada uno de los siguientes problemas verbales. De los 8 problemas, debes tener un mínimo de 6 problemas correctos. Si aún tienes duda, usa los servicios del tutor o de tu profesor.

1. Dos coches parten de un mismo punto a la misma vez en direcciones opuestas por una carretera recta. Si, uno de ellos hace un promedio de 6mph más que el otro, entonces determinar las velocidades de ambos si al cabo de 5.5 horas se encuentran a 528 millas entre sí.

2. Dos trenes salen a la misma vez de la estación del tren urbano de centro médico, en direcciones contrarias sobre vías que son rectas y paralelas. El tren que viaja al este tiene una velocidad de 40 millas por hora, mientras que el que viaja hacia el oeste tiene una velocidad de 60 millas por hora. ¿Dentro de cuántas horas los trenes estarán a 500 millas de distancia uno del otro?.

3. Dos patinadores salen del mismo sitio, al mismo tiempo de la misma pista. Uno de los patinadores promedia 6 millas por hora y el otro a 2 millas por hora. ¿Después de cuántas horas estarán a una distancia de 10 millas el uno del otro, si la pista es derecha?

4. Dos aviones salen del aeropuerto Luis Muñoz Marín al mismo tiempo. Uno vuela hacia el norte a 500 millas por hora; el otro, hacia el sur a 650 millas por hora. ¿En cuántas horas estarán a 4025 millas de distancia uno del otro?

5. Dos esposos caminan juntos por el Yunque. La esposa camina un promedio de 4 millas en una hora, mientras que el esposo recorre 5 millas en el mismo tiempo. Si el esposo calienta media hora sale del mismo sitio que salió su esposa media hora después. Si el camino es derecho determinar:

   i) ¿dentro de cuánto tiempo se encontrarán?

ii) ¿a qué distancia estarán del punto de partida cuando se encuentren?

6. Un automóvil va de San Juan hacia Ponce por la autopista Luis A. Ferre a una velocidad promedio de 55 millas por hora y otro de Ponce a San Juan por la misma autopista a una velocidad promedio de 65 millas por hora. Si los automóviles salieron a la misma vez y la distancia entre Ponce y San Juan es 90 millas entonces, determinar:

   i) el tiempo cuando los automóviles se encuentran
   ii) la distancia de los automóviles a San Juan en el momento que se encuentran

7. Dos cohetes son lanzados por la Nasa en la misma dirección con una hora de diferencia. El primero despega a las 7:00 a.m. con una velocidad de 10000 millas por hora. El otro a las 8:00a.m. con una velocidad de 15000 millas. ¿En cuánto tiempo estarán los dos cohetes a la misma distancia de la tierra?

8. Dos barcos están separados por 60 millas. Uno en Vieques y el otro en la costa de Fajardo. Si viajan el uno hacia el otro y debido a las corrientes el que viene de Vieques viaja 5 millas por hora más rápido que el otro, entonces determinar:

   i) la velocidad promedio de cada barco si estos se encuentran después de tres horas.
   ii) a que distancia de Vieques se encuentran.

Actividad número 7

Destreza: Resolver problemas que involucran ecuaciones con fracciones algebraicas.

Objetivos Específicos:

Al finalizar la actividad 7 el estudiante:

Resolverá problemas verbales de números, trabajo y distancia que contienen fracciones algebraicas.

Estudia los siguientes ejemplos:

1. El denominador de una fracción supera al numerador en 5. ¿Cuál es la fracción?

   Solución: Si **x** representa el numerador, entonces **x + 5** será el denominador. Por lo tanto la fracción es

$$\frac{x}{x+5}$$

2. ¿Cuál es la fracción cuyo numerador es 2 unidades menor que su denominador?

   Solución: $\frac{x-2}{x}$

3. ¿Qué número debe sumarse tanto al numerador como al denominador de la fracción 25/73 para que la fracción resulte una fracción igual a 3/7?

   Solución: Tenemos la ecuación $\frac{25+x}{73+x} = \frac{3}{7}$

   Si multiplicamos ambos miembros de la ecuación por **7(73+x),** obtenemos **7(25+x) = 3(73+x).** Al resolver la ecuación encontramos que el número que se está buscando es **11.**

4. Un pintor trabajando solo, pinta una casa en 5 días. Con un ayudante, la casa queda pintada en 3 días. ¿Cuánto tardaría el ayudante solo en pintar la casa?

Los problemas relacionados con trabajo se pueden resolver usando el siguiente principio:

Si un trabajo se puede realizar en t tiempo, entonces $\frac{1}{t}$ del trabajo se puede realizar en una unidad del tiempo.

Solución: Si **x** representa el número de días que le toma al ayudante, entonces $\frac{1}{x}$ del trabajo le tomaría en un día.

Al pintor le toma **5** días. Entonces $\frac{1}{5}$ del trabajo le tomaría en un día.

Trabajando juntos le tomaría **3** días, entonces $\frac{1}{3}$ del trabajo le tomaría en un día.

Por lo tanto, tenemos la ecuación $\frac{1}{5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{3}$

Si multiplicamos por **15x** ambos miembros de la ecuación, encontramos que **x =** $7\frac{1}{2}$. Al ayudante le tomaría $7\frac{1}{2}$ días trabajando solo.

5. Un tubo A puede llenar un depósito en 8 horas y el tubo B en 6 horas.
¿Cuánto tardarán ambos tubos en llenar juntos el depósito?

Solución: Luego de resolver la ecuación $\frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x}$, $x = \frac{24}{7}$.

Los dos tubos se tardarán $3\frac{3}{7}$ horas en llenar el depósito.

Problemas de práctica:

Trabaja con mucho cuidado cada uno de los siguientes problemas verbales. De los 10 problemas, debes tener un mínimo de 7 problemas correctos. Si aún tienes duda, usa los servicios del tutor o de tu profesor.

1. Un operador puede hacer solo una tarea en 6 horas. Con la ayuda de un auxiliar, la tarea se puede realizar en 2 horas. ¿Cuánto tardará el auxiliar trabajando solo?

2. El agua se bombea y se guarda en un gran depósito. Para ello se utilizan dos bombas. Una bomba puede llenar el depósito en 6 horas y la otra en 9 horas. ¿Cuánto tardarán ambas bombas en llenar el depósito?

3. Una máquina antigua puede hacer una tarea en 3 horas. Con la ayuda de una máquina nueva, la tarea se completa en una hora. ¿Cuánto tardará la máquina nueva en hacer sola esa tarea?

4. Luis puede hacer un trabajo en 3 horas y Carlos lo hace en 4 horas. Si ellos trabajan juntos, ¿cuánto le tomarán completar el trabajo?

5. Un joven realiza una tarea en 90 minutos. Su hermana lo hace en 60 minutos. ¿Cuánto tardarán si ambos trabajan juntos?

6. Un joven reparte periódicos en 45 minutos y con la ayuda de su hermana, lo hace en 20 minutos. ¿Cuánto tardará su hermana, si ella trabajara sola?

7. **A** realiza un trabajo en $\frac{4}{5}$ del tiempo en que **B** lo efectúa. Si **A** y **B** pueden hacer el trabajo juntos en 100 horas, ¿cuánto demora cada uno en realizar el trabajo solo?

8. El denominador de una fracción excede al numerador en 32. Si se suma 3 al numerador y 7 al denominador, el valor de la fracción resulta ser $\frac{5}{8}$. Determinar la fracción original.

9. Un número supera en 22 a otro. Si el número mayor se divide entre el menor, el cociente es 3 y el residuo es 6. Determinar los números.

10. El denominador de una fracción excede a su numerador en 5. Si se resta 1 al numerador y se suma 2 al denominador, el valor de la fracción resultante es $\frac{1}{2}$. Determinar la fracción original.