

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Carlos A. Rivera-Morales

Precálculo I

Tabla de Contenido

1 Objetivos

Tabla de Contenido

1 Objetivos

2 Definiciones:

- Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real
- Método de Resolución: Factorización
- Método de Resolución: Raíz Cuadrada
- Método de Resolución: Completando el Cuadrado
- Método de Resolución: Fórmula Cuadrática
- Ecuaciones con Radicales
- Ecuaciones Literales

Objetivos:

Discutiremos:

- forma general de una ecuación cuadrática en una variable real.

Objetivos:

Discutiremos:

- forma general de una ecuación cuadrática en una variable real.
- métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas.

Objetivos:

Discutiremos:

- forma general de una ecuación cuadrática en una variable real.
- métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas.
 - factorización

Objetivos:

Discutiremos:

- forma general de una ecuación cuadrática en una variable real.
- métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas.
 - factorización
 - raíz cuadrada

Objetivos:

Discutiremos:

- forma general de una ecuación cuadrática en una variable real.
- métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas.
 - factorización
 - raíz cuadrada
 - completando el cuadrado

Objetivos:

Discutiremos:

- forma general de una ecuación cuadrática en una variable real.
- métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas.
 - factorización
 - raíz cuadrada
 - completando el cuadrado
 - fórmula cuadrática

Objetivos:

Discutiremos:

- forma general de una ecuación cuadrática en una variable real.
- métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas.
 - factorización
 - raíz cuadrada
 - completando el cuadrado
 - fórmula cuadrática
- ecuaciones con radicales

Objetivos:

Discutiremos:

- forma general de una ecuación cuadrática en una variable real.
- métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas.
 - factorización
 - raíz cuadrada
 - completando el cuadrado
 - fórmula cuadrática
- ecuaciones con radicales
- ecuaciones literales

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Definición:

Una **ecuación cuadrática** en la variable real x es una ecuación de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Definición:

Una **ecuación cuadrática** en la variable real x es una ecuación de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Ejemplos:

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Definición:

Una **ecuación cuadrática** en la variable real x es una ecuación de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Ejemplos:

① $3x^2 - x + 5 = 0$

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Definición:

Una **ecuación cuadrática** en la variable real x es una ecuación de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Ejemplos:

- 1 $3x^2 - x + 5 = 0$
- 2 $(3x + 2)(2x - 3) = 5$

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Definición:

Una **ecuación cuadrática** en la variable real x es una ecuación de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Ejemplos:

- 1 $3x^2 - x + 5 = 0$
- 2 $(3x + 2)(2x - 3) = 5$
- 3 $\frac{x^2}{3} - 9 = (x + 2)$

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Métodos de Resolución:

Estudiaremos los siguientes métodos para resolver una ecuación cuadrática en \mathbb{R} .

- 1 Factorización

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Métodos de Resolución:

Estudiaremos los siguientes métodos para resolver una ecuación cuadrática en \mathbb{R} .

- 1 Factorización
- 2 Raíz Cuadrada

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Métodos de Resolución:

Estudiaremos los siguientes métodos para resolver una ecuación cuadrática en \mathbb{R} .

- 1 Factorización
- 2 Raíz Cuadrada
- 3 Completando el Cuadrado

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Métodos de Resolución:

Estudiaremos los siguientes métodos para resolver una ecuación cuadrática en \mathbb{R} .

- 1 Factorización
- 2 Raíz Cuadrada
- 3 Completando el Cuadrado
- 4 Fórmula Cuadrática

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Método: Factorización

Propiedad del producto nulo en \mathbb{R} : Si $a, b \in \mathbb{R}$, entonces
 $a \times b = 0 \iff a = 0$ o $b = 0$ o ambos son iguales a 0.

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Método: Factorización

Propiedad del producto nulo en \mathbb{R} : Si $a, b \in \mathbb{R}$, entonces
 $a \times b = 0 \iff a = 0$ o $b = 0$ o ambos son iguales a 0.

Ejercicios: Resuelva por factorización:

1. $x^2 + 5x = -4$

2. $2x^2 + 9x - 5 = 0$

3. $x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}$

4. $4x^2 + 9 = 12x$

5. $x(x-7) + 12 = 0$

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Método: Raíz Cuadrada

Propiedad de la raíz cuadrada en \mathbb{R} :Si $x^2 = p, p \geq 0$, entonces $x = \sqrt{p}$ o $x = -\sqrt{p}$. Esto es, $x = \pm\sqrt{p}$.

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Método: Raíz Cuadrada

Propiedad de la raíz cuadrada en \mathbb{R} :Si $x^2 = p, p \geq 0$, entonces $x = \sqrt{p}$ o $x = -\sqrt{p}$. Esto es, $x = \pm\sqrt{p}$.

Ejercicios: Resuelva haciendo uso del método de la raíz cuadrada.

1. $x^2=5$
2. $x^2 = -5$
3. $(x-2)^2=18$
4. $(2x+5)^2=75$
5. $4x^2-48 = 0$
6. $3x^2+25 = 0$

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Método: Completando el Cuadrado

Propiedad : Podemos completar un cuadrado perfecto a partir de $x^2 + px$ sumando $(\frac{p}{2})^2$. Esto es, $x^2 + px + (\frac{p}{2})^2 = (x + \frac{p}{2})^2$.

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Método: Completando el Cuadrado

Propiedad : Podemos completar un cuadrado perfecto a partir de $x^2 + px$ sumando $(\frac{p}{2})^2$. Esto es, $x^2 + px + (\frac{p}{2})^2 = (x + \frac{p}{2})^2$.

Ejercicios: Resuelva haciendo uso del método completando el cuadrado.

1. $x^2 + 5x + 4 = 0$

2. $2x^2 + 8x - 5 = 0$

3. $x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}$

4. $3x^2 + x - \frac{1}{3} = 0$

5. $2x^2 - 3x = 1$

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Método: Fórmula Cuadrática

Teorema: Considere la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$. Si el discriminante $b^2 - 4ac$ de $ax^2 + bx + c = 0$ es tal que $b^2 - 4ac \geq 0$, entonces las soluciones reales de la ecuación están dadas por la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Método: Fórmula Cuadrática

Teorema: Considere la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$. Si el discriminante $b^2 - 4ac$ de $ax^2 + bx + c = 0$ es tal que $b^2 - 4ac \geq 0$, entonces las soluciones reales de la ecuación están dadas por la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Demostración: Estudiarla del libro de texto.

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Fórmula Cuadrática

Ejercicios: Resuelva haciendo uso de la fórmula cuadrática.

1. $x^2 + 5x + 4 = 0$

2. $2x^2 + 8x - 5 = 0$

3. $x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}$

4. $3x^2 + x - \frac{1}{3} = 0$

5. $2x^2 - 3x = 1$

6. $2x^2 + 2x + 5 = 0$

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejercicios: Resuelve cada ecuación por el método de su selección.

1. $(x-1)(x-2)(2x+3)=0$

2. $\frac{5}{x+2} = \frac{2x-1}{5}$

3. $\frac{4(x-2)}{x-3} + \frac{3}{x} = \frac{-3}{x(x-3)}$

4. $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

5. $x^{\frac{1}{4}} - 16 = 0$

6. $x - 5x^{\frac{1}{2}} + 6 = 0$

7. $\sqrt{x-8} = 2x+1$

8. $\sqrt{x-5} - \sqrt{x+4} + 1 = 0$

Ecuaciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejercicios: Determine el conjunto solución de cada una de las siguientes ecuaciones con radicales.

1.) $\sqrt{3x-2} = x$

2.) $\sqrt[3]{3x-6} = 3$

3.) $10 + \sqrt{4x-7} = 7$

4.) $5 + \sqrt{x+15} = x$

5.) $2\sqrt{x-1} = x-4$

6.) $2\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{2x+9}$

7.) $5\sqrt{x} + 1 = 3\sqrt{x} + 17$

8.) $\sqrt{2x+5} + 5 = x$

9.) $\sqrt{2x+5} - \sqrt{x-1} = \sqrt{x+2}$

10.) $\sqrt[3]{x^3+26} = x+2$

11.) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-4} = 3$

12.) $\sqrt{x+10} + 10 = x$

13.) $\sqrt[3]{x^3+208} = x+4$

14.) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-4} = \sqrt{4x-11}$

15.) $\sqrt{4x+6} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x+5}$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejercicios: Resuelva cada ecuación para la letra indicada entre paréntesis.

① $K = \frac{1}{2}mv^2; (v)$ (energía cinética)

② $F = g\frac{mM}{d^2}; (d)$ (ley de la gravitación de Newton)

③ $a^2 + b^2 = c^2; (b)$ (teorema de Pitágoras)

④ $A = 2\pi r(r + h); (r)$ (área de un cilindro cerrado)

⑤ $s = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t; (t)$ (distancia de caída de un objeto)