

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Carlos A. Rivera-Morales

Precálculo I

Tabla de Contenido

- Objetivos
- Propiedades de la Igualdad
- Ecuaciones Literales

Objetivos:

Discutiremos:

- dominio de la variable en una ecuación o expresión algebraica en una variable

Objetivos:

Discutiremos:

- dominio de la variable en una ecuación o expresión algebraica en una variable
- tipos de ecuaciones en una variable usando como criterio la cantidad de soluciones de la ecuación

Objetivos:

Discutiremos:

- dominio de la variable en una ecuación o expresión algebraica en una variable
- tipos de ecuaciones en una variable usando como criterio la cantidad de soluciones de la ecuación
- ecuación lineal en una variable real

Objetivos:

Discutiremos:

- dominio de la variable en una ecuación o expresión algebraica en una variable
- tipos de ecuaciones en una variable usando como criterio la cantidad de soluciones de la ecuación
- ecuación lineal en una variable real
- resolución de ecuaciones lineales en una variable real

Objetivos:

Discutiremos:

- dominio de la variable en una ecuación o expresión algebraica en una variable
- tipos de ecuaciones en una variable usando como criterio la cantidad de soluciones de la ecuación
- ecuación lineal en una variable real
- resolución de ecuaciones lineales en una variable real
- propiedades de la igualdad con relación a las operaciones de suma y multiplicación

Objetivos:

Discutiremos:

- dominio de la variable en una ecuación o expresión algebraica en una variable
- tipos de ecuaciones en una variable usando como criterio la cantidad de soluciones de la ecuación
- ecuación lineal en una variable real
- resolución de ecuaciones lineales en una variable real
- propiedades de la igualdad con relación a las operaciones de suma y multiplicación
- ecuación literal

Objetivos:

Discutiremos:

- dominio de la variable en una ecuación o expresión algebraica en una variable
- tipos de ecuaciones en una variable usando como criterio la cantidad de soluciones de la ecuación
- ecuación lineal en una variable real
- resolución de ecuaciones lineales en una variable real
- propiedades de la igualdad con relación a las operaciones de suma y multiplicación
- ecuación literal
- resolución de ecuaciones literales

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Dominio de la variable en una ecuación o expresión algebraica en una variable:

Definición: El **dominio de la variable** en una ecuación o expresión algebraica en una variable es el conjunto de valores que se pueden sustituir por la variable.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Dominio de la variable en una ecuación o expresión algebraica en una variable:

Definición: El **dominio de la variable** en una ecuación o expresión algebraica en una variable es el conjunto de valores que se pueden sustituir por la variable.

Nota: A menos que se indique lo contrario, supondremos que el dominio de la variable para una ecuación o una expresión algebraica en una variable es el conjunto de todos los números reales para los cuales las expresiones algebraicas con la variable son números reales.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos:

- 1 El dominio de la variable x en la expresión es $3x - 4$ es el conjunto \mathbb{R} de los números reales.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos:

- 1 El dominio de la variable x en la expresión es $3x - 4$ es el conjunto \mathbb{R} de los números reales.
- 2 El dominio de la variable y en la ecuación $\frac{1}{y} = \frac{5}{y+7}$ es el conjunto \mathbb{R} de los números reales excepto el 0 y el -7.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Tipos de ecuaciones en una variable real:

Criterio: cantidad de soluciones en el dominio de la variable.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Tipos de ecuaciones en una variable real:

Criterio: cantidad de soluciones en el dominio de la variable.

- 1 **condicional:**

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Tipos de ecuaciones en una variable real:

Criterio: cantidad de soluciones en el dominio de la variable.

- 1 **condicional:** al menos un elemento en el dominio de la variable es solución, pero no todo elemento del dominio de la variable es solución de la ecuación.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Tipos de ecuaciones en una variable real:

Criterio: cantidad de soluciones en el dominio de la variable.

- 1 **condicional:** al menos un elemento en el dominio de la variable es solución, pero no todo elemento del dominio de la variable es solución de la ecuación.
- 2 **identidad:**

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Tipos de ecuaciones en una variable real:

Criterio: cantidad de soluciones en el dominio de la variable.

- 1 **condicional:** al menos un elemento en el dominio de la variable es solución, pero no todo elemento del dominio de la variable es solución de la ecuación.
- 2 **identidad:** cualquier elemento en el dominio de la variable es solución de la ecuación.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Tipos de ecuaciones en una variable real:

Criterio: cantidad de soluciones en el dominio de la variable.

- 1 **condicional:** al menos un elemento en el dominio de la variable es solución, pero no todo elemento del dominio de la variable es solución de la ecuación.
- 2 **identidad:** cualquier elemento en el dominio de la variable es solución de la ecuación.
- 3 **contradicción:**

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Tipos de ecuaciones en una variable real:

Criterio: cantidad de soluciones en el dominio de la variable.

- 1 **condicional:** al menos un elemento en el dominio de la variable es solución, pero no todo elemento del dominio de la variable es solución de la ecuación.
- 2 **identidad:** cualquier elemento en el dominio de la variable es solución de la ecuación.
- 3 **contradicción:** ningún elemento en el dominio de la variable es solución de la ecuación.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos: Suponga que $x \in \mathbb{R}$.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos: Suponga que $x \in \mathbb{R}$.

- $x^2 = 25$:

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos: Suponga que $x \in \mathbb{R}$.

- $x^2 = 25$: condicional;

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos: Suponga que $x \in \mathbb{R}$.

- $x^2 = 25$: condicional; $C.S. = \{5, -5\}$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos: Suponga que $x \in \mathbb{R}$.

- $x^2 = 25$: condicional; $C.S. = \{5, -5\}$
- $x^2 = -25$:

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos: Suponga que $x \in \mathbb{R}$.

- $x^2 = 25$: condicional; $C.S. = \{5, -5\}$
- $x^2 = -25$: contradicción;

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos: Suponga que $x \in \mathbb{R}$.

- $x^2 = 25$: condicional; $C.S. = \{5, -5\}$
- $x^2 = -25$: contradicción; $C.S. = \{\}$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos: Suponga que $x \in \mathbb{R}$.

- $x^2 = 25$: condicional; $C.S. = \{5, -5\}$
- $x^2 = -25$: contradicción; $C.S. = \{\}$
- $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$:

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos: Suponga que $x \in \mathbb{R}$.

- $x^2 = 25$: condicional; $C.S. = \{5, -5\}$
- $x^2 = -25$: contradicción; $C.S. = \{\}$
- $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$: identidad;

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplos: Suponga que $x \in \mathbb{R}$.

- $x^2 = 25$: condicional; $C.S. = \{5, -5\}$
- $x^2 = -25$: contradicción; $C.S. = \{\}$
- $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$: identidad; $C.S. = \mathbb{R}$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ecuación Lineal en una Variable Real:

Definición: Una **ecuación lineal** en la variable x es una ecuación que puede escribirse de la forma $\mathbf{ax + b = c}$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, con $a \neq 0$. También se le conoce como una **ecuación de primer grado**, dado que el exponente mayor de la variable es 1.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ecuación Lineal en una Variable Real:

Definición: Una **ecuación lineal en la variable x** es una ecuación que puede escribirse de la forma $\mathbf{ax + b = c}$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, con $a \neq 0$. También se le conoce como una **ecuación de primer grado**, dado que el exponente mayor de la variable es 1.

Ejemplos:

- $3(x + 5) = 2x - 0.5$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ecuación Lineal en una Variable Real:

Definición: Una **ecuación lineal** en la variable x es una ecuación que puede escribirse de la forma $\mathbf{ax + b = c}$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, con $a \neq 0$. También se le conoce como una **ecuación de primer grado**, dado que el exponente mayor de la variable es 1.

Ejemplos:

- $3(x + 5) = 2x - 0.5$
- $\frac{2y - 3}{4} = \frac{5y + 2}{7}$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ecuación Lineal en una Variable Real:

Definición: Una **ecuación lineal en la variable x** es una ecuación que puede escribirse de la forma $\mathbf{ax + b = c}$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, con $a \neq 0$. También se le conoce como una **ecuación de primer grado**, dado que el exponente mayor de la variable es 1.

Ejemplos:

- $3(x + 5) = 2x - 0.5$
- $\frac{2y - 3}{4} = \frac{5y + 2}{7}$
- $0.07(t - 3) + 0.009(3t - 2) = 0.35$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Conceptos relacionados:

- 1 conjunto solución (C.S.):

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Conceptos relacionados:

- 1 **conjunto solución (C.S.):** es el conjunto de todas las soluciones de la ecuación.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Conceptos relacionados:

- 1 **conjunto solución (C.S.):** es el conjunto de todas las soluciones de la ecuación.
- 2 **resolver una ecuación:**

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Conceptos relacionados:

- 1 **conjunto solución (C.S.):** es el conjunto de todas las soluciones de la ecuación.
- 2 **resolver una ecuación:** significa determinar el conjunto solución de la ecuación.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Conceptos relacionados:

- 1 **conjunto solución (C.S.):** es el conjunto de todas las soluciones de la ecuación.
- 2 **resolver una ecuación:** significa determinar el conjunto solución de la ecuación.
- 3 **ecuaciones equivalentes:**

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Conceptos relacionados:

- 1 **conjunto solución (C.S.):** es el conjunto de todas las soluciones de la ecuación.
- 2 **resolver una ecuación:** significa determinar el conjunto solución de la ecuación.
- 3 **ecuaciones equivalentes:** son ecuaciones con el mismo conjunto solución.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

Las siguientes operaciones dan lugar a ecuaciones equivalentes:

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

Las siguientes operaciones dan lugar a ecuaciones equivalentes:

- Si se suma (o resta) el mismo número real a ambos lados de una ecuación, el conjunto solución de la ecuación original no cambia. Esto es, la nueva ecuación es equivalente a la original. De otra forma,

$$a = b \iff a + c = b + c; a, b, c \in \mathbb{R}$$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

Las siguientes operaciones dan lugar a ecuaciones equivalentes:

- Si se suma (o resta) el mismo número real a ambos lados de una ecuación, el conjunto solución de la ecuación original no cambia. Esto es, la nueva ecuación es equivalente a la original. De otra forma,

$$a = b \iff a + c = b + c; a, b, c \in \mathbb{R}$$

$$a = b \iff a - c = b - c; a, b, c \in \mathbb{R}$$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

- Si se multiplica (o divide) por el mismo número real $a \neq 0$ ambos lados de una ecuación, el conjunto solución de la ecuación original no cambia. Esto es, la nueva ecuación es equivalente a la original. De otra forma,
$$a = b \iff a \times c = b \times c; a, b, c \in \mathbb{R}, c \neq 0$$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

- Si se multiplica (o divide) por el mismo número real $a \neq 0$ ambos lados de una ecuación, el conjunto solución de la ecuación original no cambia. Esto es, la nueva ecuación es equivalente a la original. De otra forma,

$$a = b \iff a \times c = b \times c; a, b, c \in \mathbb{R}, c \neq 0$$

$$a = b \iff \frac{a}{c} = \frac{b}{c}; a, b, c \in \mathbb{R}, c \neq 0$$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

Las siguientes operaciones pueden dar lugar a ecuaciones que no son equivalentes:

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

Las siguientes operaciones pueden dar lugar a ecuaciones que no son equivalentes:

- 1 Multiplicar ambos lados de una ecuación por una expresión que contenga la variable.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

Las siguientes operaciones pueden dar lugar a ecuaciones que no son equivalentes:

- 1 Multiplicar ambos lados de una ecuación por una expresión que contenga la variable.
- 2 Dividir ambos lados de una ecuación por una expresión que contenga la variable.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Propiedades de la Igualdad con relación a la suma y multiplicación de números reales:

Las siguientes operaciones pueden dar lugar a ecuaciones que no son equivalentes:

- 1 Multiplicar ambos lados de una ecuación por una expresión que contenga la variable.
- 2 Dividir ambos lados de una ecuación por una expresión que contenga la variable.
- 3 Elevar ambos lados de una ecuación al mismo exponente.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplo 1: Resuelva la ecuación $5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplo 1: Resuelva la ecuación $5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$.

$$5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplo 1: Resuelva la ecuación $5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$.

$$5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$$

$x + 6 = 3x - 12$:combinando términos semejantes en cada lado de la ecuación

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplo 1: Resuelva la ecuación $5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$.

$$5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$$

$x + 6 = 3x - 12$:combinando términos semejantes en cada lado de la ecuación

$$x - 3x = -12 - 6 : \text{transponiendo términos}$$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplo 1: Resuelva la ecuación $5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$.

$$5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$$

$x + 6 = 3x - 12$:combinando términos semejantes en cada lado de la ecuación

$x - 3x = -12 - 6$: transponiendo términos

$$-2x = -18$$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplo 1: Resuelva la ecuación $5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$.

$$5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$$

$x + 6 = 3x - 12$:combinando términos semejantes en cada lado de la ecuación

$x - 3x = -12 - 6$: transponiendo términos

$$-2x = -18$$

$x = 9$: dividiendo entre -2 cada lado de la ecuación

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejemplo 1: Resuelva la ecuación $5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$.

$$5x + 6 - 4x = -4 + 3x - 8$$

$x + 6 = 3x - 12$:combinando términos semejantes en cada lado de la ecuación

$x - 3x = -12 - 6$: transponiendo términos

$$-2x = -18$$

$x = 9$: dividiendo entre -2 cada lado de la ecuación

Conjunto Solución (C.S) = $\{9\}$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejercicios: Resuelva cada una de las siguientes ecuaciones:

$$\textcircled{1} \quad 5(2x + 3) - 4x = -4 + 3(x - 4)$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{x+1}{5} = \frac{3x-9}{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{x+7}{6} + \frac{2x-8}{2} = -4$$

$$\textcircled{4} \quad 0.06x + 0.09(15 - x) = 0.07(15)$$

$$\textcircled{5} \quad (8x - 2)(3x + 4) = (4x + 3)(6x - 1)$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{3}{2x+6} = \frac{1}{x+3}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{3}{2x-4} - \frac{5}{x+3} = \frac{2}{x-2}$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{3x}{x-2} = 1 + \frac{6}{x-2}$$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

9. $7k+8=1$ 10. $5m-4=21$

11. $8-8x=-16$ 12. $9-2r=15$

13. $7y-5y+15=y+8$

14. $2x+4-x=4x-5$

15. $12w+15w-9+5=-3w+5-9$

16. $-4t+5t-8+4=6t-4$

17. $2(x+3)=-4(x+1)$

18. $4(y-9)=8(y+3)$

19. $3(2w+1)-2(w-2)=5$

20. $4(x-2)+2(x+3)=6$

21. $2x+3(x-4)=2(x-3)$

22. $6y-3(5y+2)=4(1-y)$

23. $6p-4(3-2p)=5(p-4)-10$

24. $-2k-3(4-2k)=2(k-3)+2$

25. $-[2z-(5z+2)]=2+(2z+7)$

26. $-[6x-(4x+8)]=9+(6x+3)$

27. $\frac{3x}{4} + \frac{5x}{2} = 13$

28. $\frac{8y}{3} - \frac{2y}{4} = -13$

29. $\frac{x-8}{5} + \frac{8}{5} = -\frac{x}{3}$

30. $\frac{2r-3}{7} + \frac{3}{7} = \frac{r}{3}$

31. $\frac{4t+1}{3} = \frac{t+5}{6} + \frac{t-3}{6}$

32. $\frac{2x+5}{5} = \frac{3x+1}{2} + \frac{-x+7}{2}$

33. $\frac{x}{2} + 1 = \frac{x}{5} + 4$

34. $\frac{4x+3}{2x-3} = \frac{6x+5}{3x+2}$

35. $0.02(50) + 0.08r = 0.04(50+r)$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejercicios: Determine, primero, el dominio de la ecuación dada y luego resuélvala.

1.
$$\frac{2a-3}{6} = \frac{2a}{3} + \frac{1}{2}$$

6.
$$\frac{4x}{3x-2} + \frac{2x}{3x+2} = 2$$

2.
$$\frac{2b-3}{7} - \frac{b}{2} = \frac{b+3}{14}$$

7.
$$\frac{5}{5-p} - \frac{p^2}{5-p} = -2$$

3.
$$\frac{3}{5x} + \frac{7}{2x} = 1$$

8.
$$\frac{2a-3}{a-3} - 2 = \frac{12}{a+3}$$

4.
$$\frac{5k}{k+2} + \frac{2}{k} = 5$$

9.
$$\frac{2b-5}{b-2} - 2 = \frac{3}{b+2}$$

5.
$$\frac{m}{m+1} + \frac{5}{m-1} = 1$$

10.
$$\frac{4}{k^2-8k+12} = \frac{k}{k-2} + \frac{1}{k-6}$$

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ecuaciones Literales:

Definición: Una **ecuación literal** es una ecuación que está expresada en términos de varias letras; algunas de esas letras representan variables y otras, constantes reales.

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ecuaciones Literales:

Definición: Una **ecuación literal** es una ecuación que está expresada en términos de varias letras; algunas de esas letras representan variables y otras, constantes reales.

Ejemplos:

- $y = mx + b$ (ecuación de una línea en el plano cartesiano)

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ecuaciones Literales:

Definición: Una **ecuación literal** es una ecuación que está expresada en términos de varias letras; algunas de esas letras representan variables y otras, constantes reales.

Ejemplos:

- $y = mx + b$ (ecuación de una línea en el plano cartesiano)
- $I = prt$ (fórmula de interés simple)

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ecuaciones Literales:

Definición: Una **ecuación literal** es una ecuación que está expresada en términos de varias letras; algunas de esas letras representan variables y otras, constantes reales.

Ejemplos:

- $y = mx + b$ (ecuación de una línea en el plano cartesiano)
- $I = prt$ (fórmula de interés simple)
- $S = 2\pi rh + 2\pi rh^2$ (fórmula para calcular el área de la superficie de un cilindro circular recto)

Ecuaciones Lineales en una Variable Real

Ejercicios: Resuelva la ecuación literal para la letra indicada entre paréntesis.

$$\textcircled{1} \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1; (a)$$

$$\textcircled{2} \quad ax + by - cx = d; (x)$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}; (f)$$

$$\textcircled{4} \quad d = \frac{fl}{l+w}; (l)$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{p}{3x+m} + \frac{q}{nx-1} = 0; (x)$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{x-ab}{a+b} + \frac{x-ac}{a+c} + \frac{x-bc}{b+c} = a+b+c; (x)$$