Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Carlos A. Rivera-Morales

Precálculo I

Tabla de Contenido

Objetivos:

Discutiremos:

- qué es una función cuadrática

Objetivos:

Discutiremos:

- qué es una función cuadrática
- propiedades de funciones cuadráticas

Objetivos:

Discutiremos:

- qué es una función cuadrática
- propiedades de funciones cuadráticas
- las gráficas de las funciones cuadráticas

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Función Cuadrática

Definición: Una función cuadrática es una función de la forma

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Función Cuadrática

Definición: Una función cuadrática es una función de la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ donde } a, b, c \in \mathbb{R}, \text{ con } a \neq 0.$$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Función Cuadrática

Definición: Una función cuadrática es una función de la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ donde } a, b, c \in \mathbb{R}, \text{ con } a \neq 0.$$

Notas:

1. $D_f = \mathbb{R}$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Función Cuadrática

Definición: Una función cuadrática es una función de la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ donde } a, b, c \in \mathbb{R}, \text{ con } a \neq 0.$$

Notas:

1. $D_f = \mathbb{R}$
2. ax^2 :**término cuadrático**

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Función Cuadrática

Definición: Una función cuadrática es una función de la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ donde } a, b, c \in \mathbb{R}, \text{ con } a \neq 0.$$

Notas:

1. $D_f = \mathbb{R}$
2. ax^2 :**término cuadrático**
3. bx : **término lineal**

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Función Cuadrática

Definición: Una función cuadrática es una función de la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ donde } a, b, c \in \mathbb{R}, \text{ con } a \neq 0.$$

Notas:

1. $D_f = \mathbb{R}$
2. ax^2 :**término cuadrático**
3. bx : **término lineal**
4. c : **término independiente o constante**

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplos:

Función $y = a\,x^2 + b\,x + c$	Término Cuadrático	Término Lineal	Término Independiente
$y = 2\,x^2$	$2\,x^2$	0	0
$y = \sqrt{5}\,x^2 + 12\,x - \frac{7}{2}$	$\sqrt{5}\,x^2$	$12\,x$	$-\frac{7}{2}$
$y = \frac{x^2}{5} + x = 100$	$\frac{x^2}{5}$	x	-100
$y = (x-2)(3\,x+5)$	$3\,x^2$	$-x$	-10

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ceros de una función:

Definición: Un **cero** de una función f es un elemento $c \in D_f$ tal que $f(c) = 0$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ceros de una función:

Definición: Un **cero** de una función f es un elemento $c \in D_f$ tal que $f(c) = 0$.

Notas:

1. Podemos calcular los ceros reales de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ usando la fórmula cuadrática
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ceros de una función:

Definición: Un **cero** de una función f es un elemento $c \in D_f$ tal que $f(c) = 0$.

Notas:

1. Podemos calcular los ceros reales de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ usando la fórmula cuadrática
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
2. A cada cero real le correspondiente un intercepto en el $eje - X$ de la gráfica de f.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejercicios: Determine el conjunto los ceros reales de cada función cuadrática dada a continuación:

1. $y = x^2 - 6x + 10$
2. $y = x^2 - 4x + 4$
3. $y = -x^2 - 4x - 2$
4. $y = x^2 - 17$
5. $y = x^2 + 5$
6. $y = -2x^2 - x + 6$
7. $y = x^2 + 2x + 2$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Previamente estudiamos la función básica $f(x) = x^2$. Vimos que su gráfica es una parábola que abre hacia arriba, con eje de simetría $x = 0$ y vértice en $V(0,0)$, que es el punto mínimo de la gráfica. También estudiamos que mediante transformaciones, una gráfica dada se puede:

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Previamente estudiamos la función básica $f(x) = x^2$. Vimos que su gráfica es una parábola que abre hacia arriba, con eje de simetría $x = 0$ y vértice en $V(0, 0)$, que es el punto mínimo de la gráfica. También estudiamos que mediante transformaciones, una gráfica dada se puede:

1. trasladar verticalmente hacia arriba o hacia abajo

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Previamente estudiamos la función básica $f(x) = x^2$. Vimos que su gráfica es una parábola que abre hacia arriba, con eje de simetría $x = 0$ y vértice en $V(0, 0)$, que es el punto mínimo de la gráfica. También estudiamos que mediante transformaciones, una gráfica dada se puede:

1. trasladar verticalmente hacia arriba o hacia abajo
2. trasladar horizontalmente hacia la derecha o hacia la izquierda

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Previamente estudiamos la función básica $f(x) = x^2$. Vimos que su gráfica es una parábola que abre hacia arriba, con eje de simetría $x = 0$ y vértice en $V(0, 0)$, que es el punto mínimo de la gráfica. También estudiamos que mediante transformaciones, una gráfica dada se puede:

1. trasladar verticalmente hacia arriba o hacia abajo
2. trasladar horizontalmente hacia la derecha o hacia la izquierda
3. estirar o encoger

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Previamente estudiamos la función básica $f(x) = x^2$. Vimos que su gráfica es una parábola que abre hacia arriba, con eje de simetría $x = 0$ y vértice en $V(0, 0)$, que es el punto mínimo de la gráfica. También estudiamos que mediante transformaciones, una gráfica dada se puede:

1. trasladar verticalmente hacia arriba o hacia abajo
2. trasladar horizontalmente hacia la derecha o hacia la izquierda
3. estirar o encoger
4. reflejarla con respecto al $eje - X$ o al $eje - Y$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejercicios: Mediante el uso de transformaciones dibuje un esquema de la gráfica de cada función cuadrática dada. Indique e identifique: el eje de simetría, el vértice y los puntos de intersección con los ejes de coordendadas.
(**Nota:** Cada una de las ecuaciones siguientes están expresadas de la forma $y = a(x-h)^2 + k$, donde el par (h, k) contiene las coordenadas del vértice de la parábola.)

1. $y = (x-2)^2$
2. $y = x^2 + 3$
3. $y = 4x^2$
4. $y = -x^2$
5. $y = -(x+1)^2 + 1$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Determine una función cuadrática $y = q(x)$ tal que el vértice de la parábola correspondiente tenga coordenadas $(h, k) = (-3, 5)$ y el punto de intersección en el $eje - Y$ tenga coordenadas $(0, 41)$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Determine una función cuadrática $y = q(x)$ tal que el vértice de la parábola correspondiente tenga coordenadas $(h, k) = (-3, 5)$ y el punto de intersección en el $eje - Y$ tenga coordenadas $(0, 41)$.

Solución:
Como el par odenado $(-3, 5)$ da las coordenadas del vértice y $q(x) = a(x - h)^2 + k$, tenemos que

$$\begin{aligned} q(x) &= a(x - (-3))^2 + 5 \\ &= a(x + 3)^2 + 5 \end{aligned}$$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Solución: (Continuación)

Podemos determinar el valor de a usando las coordenadas del punto de intersección $(0, 41)$ con el $eje - Y$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Solución: (Continuación)

Podemos determinar el valor de a usando las coordenadas del punto de intersección $(0, 41)$ con el $eje - Y$.

$(0, 41) \Rightarrow q(0) = a(0 + 3)^2 + 5 = 41$
$\Rightarrow$ 9a + 5 = 41
$\Rightarrow$ 9a = 36
$\Rightarrow$ a = 4

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Solución: (Continuación)

Podemos determinar el valor de a usando las coordenadas del punto de intersección $(0, 41)$ con el $eje - Y$.

$(0, 41) \Rightarrow q(0) = a(0+3)^2 + 5 = 41$
$\Rightarrow$ 9a + 5 = 41
$\Rightarrow$ 9a = 36
$\Rightarrow$ a = 4

Por lo tanto, $q(x) = 4(x+3)^2 + 5$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Exprese la fórmula $y = p(x) = x^2 - 8x + 14$ en la forma $p(x) = a(x-h)^2 + k$. Luego, grafique la función.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Exprese la fórmula $y = p(x) = x^2 - 8x + 14$ en la forma $p(x) = a(x-h)^2 + k$. Luego, grafique la función.

$p(x) = x^2 - 8x + 14$
$= (x^2 - 8x + 16 - 16) + 14$: se suma y se resta $(\frac{-8}{2})^2 = 16$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Exprese la fórmula $y = p(x) = x^2 - 8x + 14$ en la forma $p(x) = a(x-h)^2 + k$. Luego, grafique la función.

$p(x) = x^2 - 8x + 14$
$= (x^2 - 8x + 16 - 16) + 14$: se suma y se resta $(\frac{-8}{2})^2 = 16$
$= (x^2 - 8x + 16) - 16 + 14$: se agrupan los términos que forman un trinomio cuadrado perfecto

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Exprese la fórmula $y = p(x) = x^2 - 8x + 14$ en la forma $p(x) = a(x-h)^2 + k$. Luego, grafique la función.

$p(x) = x^2 - 8x + 14$
$= (x^2 - 8x + 16 - 16) + 14$: se suma y se resta $(\frac{-8}{2})^2 = 16$
$= (x^2 - 8x + 16) - 16 + 14$: se agrupan los términos que forman un trinomio cuadrado perfecto
$= (x-4)^2 - 2$: se factoriza el trinomio cuadrado perfecto

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Exprese la fórmula $y = p(x) = x^2 - 8x + 14$ en la forma $p(x) = a(x-h)^2 + k$. Luego, grafique la función.

$p(x) = x^2 - 8x + 14$
$= (x^2 - 8x + 16 - 16) + 14$: se suma y se resta $(\frac{-8}{2})^2 = 16$
$= (x^2 - 8x + 16) - 16 + 14$: se agrupan los términos que forman un trinomio cuadrado perfecto
$= (x-4)^2 - 2$: se factoriza el trinomio cuadrado perfecto

Por lo tanto, $h = 4$ y $k = -2$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Exprese la fórmula $y = p(x) = x^2 - 8x + 14$ en la forma $p(x) = a(x-h)^2 + k$. Luego, grafique la función.

$p(x) = x^2 - 8x + 14$
$= (x^2 - 8x + 16 - 16) + 14$: se suma y se resta $(\frac{-8}{2})^2 = 16$
$= (x^2 - 8x + 16) - 16 + 14$: se agrupan los términos que forman un trinomio cuadrado perfecto
$= (x-4)^2 - 2$: se factoriza el trinomio cuadrado perfecto

Por lo tanto, $h = 4$ y $k = -2$.
El vértice de la gráfica de $y = p(x)$ tiene coordenadas $(4, -2)$.
La ecuación del eje de simetría es $x = 2$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Exprese la fórmula $y = p(x) = x^2 - 8x + 14$ en la forma $p(x) = a(x - h)^2 + k$. Luego, grafique la función.

$p(x) = x^2 - 8x + 14$
$= (x^2 - 8x + 16 - 16) + 14$: se suma y se resta $(\frac{-8}{2})^2 = 16$
$= (x^2 - 8x + 16) - 16 + 14$: se agrupan los términos que forman un trinomio cuadrado perfecto
$= (x - 4)^2 - 2$: se factoriza el trinomio cuadrado perfecto

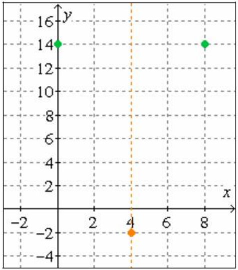
Por lo tanto, $h = 4$ y $k = -2$.
El vértice de la gráfica de $y = p(x)$ tiene coordenadas $(4, -2)$.
La ecuación del eje de simetría es $x = 2$.
El punto de intersección con el $eje - Y$ tiene coordenadas $(0, 14)$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Gráfica de la función $p(x) = x^2 - 8x + 14$.

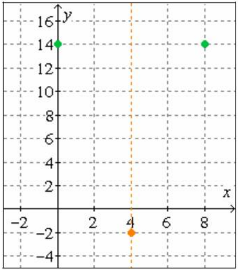
Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Gráfica de la función $p(x) = x^2 - 8x + 14$.



Funciones Cuadráticas en una Variable Real

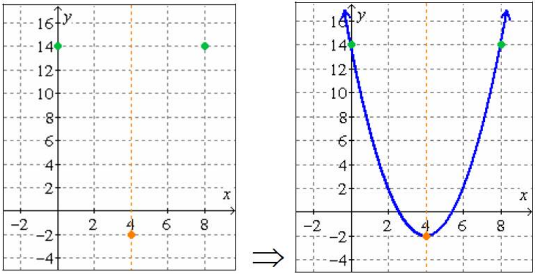
Ejemplo: Gráfica de la función $p(x) = x^2 - 8x + 14$.



$\Longrightarrow$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Gráfica de la función $p(x) = x^2 - 8x + 14$.



Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Forma Canónica de una Función Cuadrática en una Variable Real:

Definición: La función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$, mediante el método de *completar el cuadrado*, se puede transformar en la forma $y = a(x - h)^2 + k$, llamada forma **canónica** de la función, donde

$h = -\dfrac{b}{2a}$; $k = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Exprese la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ en la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Exprese la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ en la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$.

Solución:

$$
\begin{aligned}
f(x) &= ax^2 + bx + c \\
&= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \\
&= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c \\
&= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c \\
&= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b^2}{4a^2}\right) + c \\
&= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c\cdot\frac{4a}{4a} \\
&= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + \frac{4ac}{4a} \\
&= a\left(x - \left(-\frac{b}{2a}\right)\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} = a(x-h)^2 + k
\end{aligned}
$$

Por lo tanto:

$$h = -\frac{b}{2a}\ ;\ k = \frac{4ac - b^2}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Notas: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Notas: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. La gráfica de f es una parábola.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Notas: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. La gráfica de f es una parábola.
2. La orientación de la parábola depende del signo de a:

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Notas: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. La gráfica de f es una parábola.
2. La orientación de la parábola depende del signo de a:
    - Abre hacia arriba si $a > 0$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Notas: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. La gráfica de f es una parábola.
2. La orientación de la parábola depende del signo de a:
    - Abre hacia arriba si $a > 0$. (cóncava hacia arriba)
    - Abre hacia abajo si $a < 0$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Notas: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. La gráfica de f es una parábola.
2. La orientación de la parábola depende del signo de a:
    - Abre hacia arriba si $a > 0$. (cóncava hacia arriba)
    - Abre hacia abajo si $a < 0$. (cóncava hacia abajo o convexa)

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Notas: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. La gráfica de f es una parábola.
2. La orientación de la parábola depende del signo de a:
   - Abre hacia arriba si $a > 0$. (cóncava hacia arriba)
   - Abre hacia abajo si $a < 0$. (cóncava hacia abajo o convexa)
3. El eje de simetría de la gráfica de f tiene como ecuación $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Notas: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. La gráfica de f es una parábola.
2. La orientación de la parábola depende del signo de a:
   - Abre hacia arriba si $a > 0$. (cóncava hacia arriba)
   - Abre hacia abajo si $a < 0$. (cóncava hacia abajo o convexa)
3. El eje de simetría de la gráfica de f tiene como ecuación $x = -\dfrac{b}{2a}$.
4. El vértice de la gráfica de f tiene coordenadas $(-\dfrac{b}{2a}, f(-\dfrac{b}{2a}))$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Notas: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. La gráfica de f es una parábola.
2. La orientación de la parábola depende del signo de a:
    - Abre hacia arriba si $a > 0$. (cóncava hacia arriba)
    - Abre hacia abajo si $a < 0$. (cóncava hacia abajo o convexa)
3. El eje de simetría de la gráfica de f tiene como ecuación $x = -\dfrac{b}{2a}$.
4. El vértice de la gráfica de f tiene coordenadas $(-\dfrac{b}{2a}, f(-\dfrac{b}{2a}))$.
5. La primera coordenada de cada punto de intersección en el $eje-X$ de la gráfica de f viene dada por cada cero real de f.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Notas: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. La gráfica de f es una parábola.
2. La orientación de la parábola depende del signo de a:
   - Abre hacia arriba si $a > 0$. (cóncava hacia arriba)
   - Abre hacia abajo si $a < 0$. (cóncava hacia abajo o convexa)
3. El eje de simetría de la gráfica de f tiene como ecuación $x = -\dfrac{b}{2a}$.
4. El vértice de la gráfica de f tiene coordenadas $(-\dfrac{b}{2a}, f(-\dfrac{b}{2a}))$.
5. La primera coordenada de cada punto de intersección en el $eje - X$ de la gráfica de f viene dada por cada cero real de f.
6. Las coordenadas del punto de corte de la gráfica de f con el *eje*-Y están dadas por $(0, c)$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.

$w(x) = -2x^2 - 40x - 160$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.

$w(x) = -2x^2 - 40x - 160$
$= -2(x^2 + 20x) - 160$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.

$w(x) = -2x^2 - 40x - 160$
$= -2(x^2 + 20x) - 160$
$= -2(x^2 + 20x + 100 - 100) - 160$: se suma y se resta
$(\frac{20}{2})^2 = 100$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.

$w(x) = -2x^2 - 40x - 160$
$= -2(x^2 + 20x) - 160$
$= -2(x^2 + 20x + 100 - 100) - 160$: se suma y se resta $(\frac{20}{2})^2 = 100$
$= -2(x^2 + 20x + 100) + -2(-100) - 160$: se agrupan los términos que forman un trinomio cuadrado perfecto

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.

$w(x) = -2x^2 - 40x - 160$
$= -2(x^2 + 20x) - 160$
$= -2(x^2 + 20x + 100 - 100) - 160$: se suma y se resta $(\frac{20}{2})^2 = 100$
$= -2(x^2 + 20x + 100) + -2(-100) - 160$: se agrupan los términos que forman un trinomio cuadrado perfecto
$= -2(x + 10)^2 + 40$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.

$w(x) = -2x^2 - 40x - 160$
$= -2(x^2 + 20x) - 160$
$= -2(x^2 + 20x + 100 - 100) - 160$: se suma y se resta $(\frac{20}{2})^2 = 100$
$= -2(x^2 + 20x + 100) + -2(-100) - 160$: se agrupan los términos que forman un trinomio cuadrado perfecto
$= -2(x + 10)^2 + 40$
$= -2(x - (-10))^2 + 40$

Por lo tanto, $h = -10$ y $k = 40$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.

$w(x) = -2x^2 - 40x - 160$
$= -2(x^2 + 20x) - 160$
$= -2(x^2 + 20x + 100 - 100) - 160$: se suma y se resta $(\frac{20}{2})^2 = 100$
$= -2(x^2 + 20x + 100) + -2(-100) - 160$: se agrupan los términos que forman un trinomio cuadrado perfecto
$= -2(x + 10)^2 + 40$
$= -2(x - (-10))^2 + 40$

Por lo tanto, $h = -10$ y $k = 40$.
El vértice de la gráfica de $y = w(x)$ tiene coordenadas $(-10, 40)$. La ecuación del eje de simetría es $x = -10$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.

$w(x) = -2x^2 - 40x - 160$
$= -2(x^2 + 20x) - 160$
$= -2(x^2 + 20x + 100 - 100) - 160$: se suma y se resta
$(\frac{20}{2})^2 = 100$
$= -2(x^2 + 20x + 100) + -2(-100) - 160$: se agrupan los términos que forman un trinomio cuadrado perfecto
$= -2(x + 10)^2 + 40$
$= -2(x - (-10))^2 + 40$

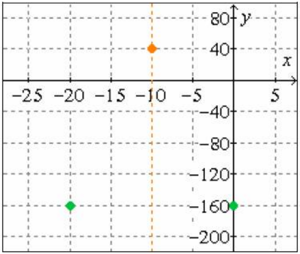
Por lo tanto, $h = -10$ y $k = 40$.
El vértice de la gráfica de $y = w(x)$ tiene coordenadas $(-10, 40)$. La ecuación del eje de simetría es $x = -10$.
El punto de intersección con el $eje - Y$ tiene coordenadas

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Gráfica de la función $w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.

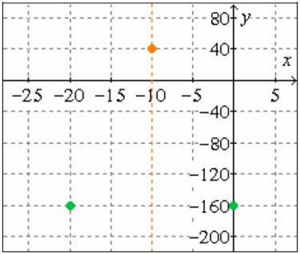
Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Gráfica de la función $w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.



Funciones Cuadráticas en una Variable Real

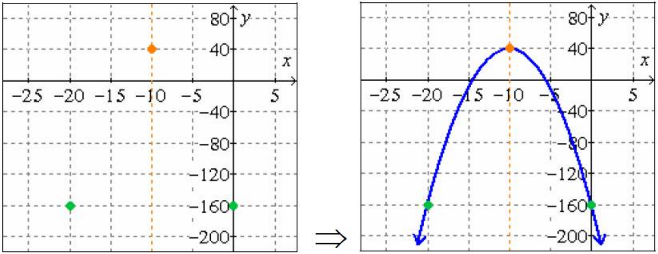
Ejemplo: Gráfica de la función $w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.



$\Longrightarrow$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Gráfica de la función $w(x) = -2x^2 - 40x - 160$.



Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 6x + 8$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

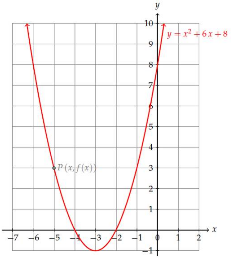
Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 6x + 8$.
Como $a = 1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 6x + 8$.
Como $a = 1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Los ceros de f son -2 y -4 (**Verifíquelo**). Por lo tanto, los puntos de intersección de la gráfica de f con el $eje - X$ son $(-4, 0)$ y $(-2, 0)$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 6x + 8$.
Como $a = 1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Los ceros de f son -2 y -4 (**Verifíquelo**). Por lo tanto, los puntos de intersección de la gráfica de f con el $eje - X$ son $(-4, 0)$ y $(-2, 0)$.
El punto de intersección en el $eje - Y$ es $(0, 8)$.



$D_f = \Re$
Vértice: (-3, -1)
$I_f = (-1, +\infty)$
Valor mínimo de f: -1

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 4x + 8$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

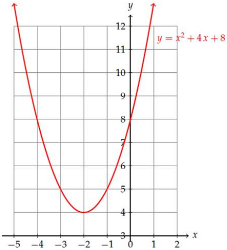
Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 4x + 8$.
Como $a = 1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Esta función f no tiene ceros reales (Verifíquelo). Por lo tanto, no tiene puntos de intersección con el $eje - X$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 4x + 8$.
Como $a = 1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Esta función f no tiene ceros reales (Verifíquelo). Por lo tanto, no tiene puntos de intersección con el $eje - X$.
El punto de intersección en el $eje - Y$ es $(0, 8)$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 4x + 8$.
Como $a = 1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Esta función f no tiene ceros reales (Verifíquelo). Por lo tanto, no tiene puntos de intersección con el $eje - X$.
El punto de intersección en el $eje - Y$ es $(0, 8)$.



$D_f = \Re$
Vértice: (-2, 4)
$I_f = (-1, +\infty)$
Valor mínimo de f: 4

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 4x + 8$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 4x + 8$.
Como $a = 1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

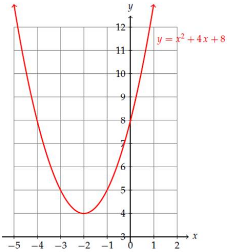
Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 4x + 8$.
Como $a = 1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Esta función f no tiene ceros reales (Verifíquelo). Por lo tanto, no tiene puntos de intersección con el $eje - X$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 4x + 8$.
Como $a = 1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Esta función f no tiene ceros reales (Verifíquelo). Por lo tanto, no tiene puntos de intersección con el $eje - X$.
El punto de intersección en el $eje - Y$ es $(0, 8)$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = x^2 + 4x + 8$.
Como $a = 1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Esta función f no tiene ceros reales (Verifíquelo). Por lo tanto, no tiene puntos de intersección con el $eje - X$.
El punto de intersección en el $eje - Y$ es $(0, 8)$.



$D_f = \Re$
Vértice: (-2, 4)
$I_f = (-1, +\infty)$
Valor mínimo de f: 4

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = -x^2 + 2x$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = -x^2 + 2x$.
Como $a = -1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

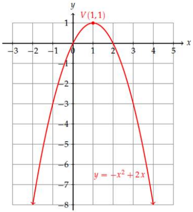
Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = -x^2 + 2x$.
Como $a = -1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Los ceros de f son 0 y 2 (**Verifíquelo**). Por lo tanto, los puntos de intersección de la gráfica de f con el $eje - X$ son $(0, 0)$ y $(2, 0)$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = -x^2 + 2x$.
Como $a = -1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Los ceros de f son 0 y 2 (**Verifíquelo**). Por lo tanto, los puntos de intersección de la gráfica de f con el $eje - X$ son $(0, 0)$ y $(2, 0)$.
El punto de intersección en el $eje - Y$ es $(0, 0)$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejemplo: Grafique la función $y = f(x) = -x^2 + 2x$.
Como $a = -1$, la gráfica de f es una parábola que abre hacia arriba.
Los ceros de f son 0 y 2 (**Verifíquelo**). Por lo tanto, los puntos de intersección de la gráfica de f con el $eje - X$ son $(0, 0)$ y $(2, 0)$.
El punto de intersección en el $eje - Y$ es $(0, 0)$.



$D_f = \Re$
Vértice: (1, 1)
$I_f = (-\infty, 1)$
Valor máximo de f: 1

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejercicios: Para cada una de las siguientes cuadráticas determine: **el dominio, el rango o imagen, las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes de coordenadas, las coordenadas del vértica, la ecuación del eje de simetría, el valor extremo de la función, intervalos de crecimiento, decrecimiento**. También grafique la función.

1. $y = x^2 - 6x + 10$
2. $y = x^2 - 4x + 4$
3. $y = -x^2 - 4x - 2$
4. $y = x^2 - 4$
5. $y = -2x^2 - x + 6$
6. $y = x^2 + 2x + 2$

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

Ejercicios:

- Determine la fórmula de una función cuadrática cuya gráfica pasa por los puntos (0, 1) (1, 0) y (2, 9).
- Una función cuadrática de la forma $y = ax^2 + bx + 1$ toma el valor 7 para $x = 1$ y para $x = 2$. Determina una fórmula para esta función.
- Sea la función $f(x) = x^2 + mx + m$. Determina m sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(2, 7)$.
- Sea la función $f(x) = x^2 + mx + n$. Determina m y n sabiendo que la gráfica pasa por los puntos $(1, 0)$, $(3, 4)$.
- Sea la función $f(x) = ax^2 + bx + c$. Determina a, b, c sabiendo que la gráfica pasa por los puntos $(1, 0), (0, 0), (1, 2)$.

Funciones Cuadráticas en una Variable Real

- Sea $y = -x^2 + bx - 75$. Determine el valor de b tal que el valor máximo de y sea 25.
- Sea $y = x^2 + bx - 25$. Determine el valor de b tal que el valor mínimo de y sea -50.