Modelos Matemáticos de Variación

Carlos A. Rivera-Morales

Precálculo 1

Tabla de Contenido

Objetivos:

Discutiremos:

- modelos matemáticos de variación

Objetivos:

Discutiremos:

- modelos matemáticos de variación
  - directa

Objetivos:

Discutiremos:

- modelos matemáticos de variación
    - directa
    - inversa

Objetivos:

Discutiremos:

- modelos matemáticos de variación
  - directa
  - inversa
  - conjunta

Objetivos:

Discutiremos:

- modelos matemáticos de variación
  - directa
  - inversa
  - conjunta
  - combinada

Objetivos:

Discutiremos:

- modelos matemáticos de variación
    - directa
    - inversa
    - conjunta
    - combinada
- aplicaciones

Modelos de Variación

Variación Directa:

Definición: Si las variables x y y están relacionadas mediante la ecuación

$$y = kx$$

Modelos de Variación

Variación Directa:

Definición: Si las variables x y y están relacionadas mediante la ecuación

$$y = kx$$

para alguna constante $k \neq 0$, entonces se dice que y **varía directamente con** x, o que y **es directamente proporcional a** x o que y **es proporcional a** x.

Modelos de Variación

Variación Directa:

Definición: Si las variables x y y están relacionadas mediante la ecuación

$$y = kx$$

para alguna constante $k \neq 0$, entonces se dice que y **varía directamente con** x, o que y **es directamente proporcional a** x o que y **es proporcional a** x. La constante k se conoce como **constante de proporcionalidad** o **de variación**.

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

y es directamente proporcional a x. Si $x = 4$, entonces $y = 72$.

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

y es directamente proporcional a x. Si $x = 4$, entonces $y = 72$.

Solución: $y = kx$

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

y es directamente proporcional a x. Si $x = 4$, entonces $y = 72$.

Solución: $y = kx \Rightarrow k = \dfrac{y}{x}$

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

y es directamente proporcional a x. Si $x = 4$, entonces $y = 72$.

Solución: $y = kx \Rightarrow k = \dfrac{y}{x} \Rightarrow k = \dfrac{72}{4}$

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

y es directamente proporcional a x. Si $x = 4$, entonces $y = 72$.

Solución: $y = kx \Rightarrow k = \dfrac{y}{x} \Rightarrow k = \dfrac{72}{4} \Rightarrow k = 18$

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

y es directamente proporcional a x. Si $x = 4$, entonces $y = 72$.

Solución: $y = kx \Rightarrow k = \dfrac{y}{x} \Rightarrow k = \dfrac{72}{4} \Rightarrow k = 18$

Modelo de variación: $y = 18\ x$

Modelos de Variación

Ejemplo: El periodo P de un péndulo (tiempo transcurrido en una oscilación completa del péndulo) varía directamente con la raíz cuadrada de la longitud l del mismo.

- Exprese esta relación escribiendo una ecuación.

Modelos de Variación

Ejemplo: El periodo P de un péndulo (tiempo transcurrido en una oscilación completa del péndulo) varía directamente con la raíz cuadrada de la longitud l del mismo.

- Exprese esta relación escribiendo una ecuación.

  Solución: $P = k\sqrt{l}.$

Modelos de Variación

Ejemplo: El periodo P de un péndulo (tiempo transcurrido en una oscilación completa del péndulo) varía directamente con la raíz cuadrada de la longitud l del mismo.

- Exprese esta relación escribiendo una ecuación.

  Solución: $P = k\sqrt{l}.$

Modelos de Variación

- ¿Cuánto tendríamos que modificar la longitud para duplicar el periodo del péndulo?

Modelos de Variación

- ¿Cuánto tendríamos que modificar la longitud para duplicar el periodo del péndulo?

  Solución: Como $P = k\sqrt{l} \Rightarrow k = \dfrac{P}{\sqrt{l}}$.

Modelos de Variación

- ¿Cuánto tendríamos que modificar la longitud para duplicar el periodo del péndulo?

  Solución: Como $P = k\sqrt{l} \Rightarrow k = \dfrac{P}{\sqrt{l}}$.

  Sea l_2 la nueva longitud del péndulo. Por lo tanto, $2P = k\sqrt{l_2}$

Modelos de Variación

- ¿Cuánto tendríamos que modificar la longitud para duplicar el periodo del péndulo?

  Solución: Como $P = k\sqrt{l} \Rightarrow k = \dfrac{P}{\sqrt{l}}$.

  Sea l_2 la nueva longitud del péndulo. Por lo tanto,
  $2P = k\sqrt{l_2}$
  $\Rightarrow k = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$

Modelos de Variación

- ¿Cuánto tendríamos que modificar la longitud para duplicar el periodo del péndulo?

  Solución: Como $P = k\sqrt{l} \Rightarrow k = \dfrac{P}{\sqrt{l}}$.

  Sea l_2 la nueva longitud del péndulo. Por lo tanto,
  $2P = k\sqrt{l_2}$
  $\Rightarrow k = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$
  $\Rightarrow \dfrac{P}{\sqrt{l}} = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$ - Igualando los valores de k.

Modelos de Variación

- ¿Cuánto tendríamos que modificar la longitud para duplicar el periodo del péndulo?

  Solución: Como $P = k\sqrt{l} \Rightarrow k = \dfrac{P}{\sqrt{l}}$.

  Sea l_2 la nueva longitud del péndulo. Por lo tanto,
  $2P = k\sqrt{l_2}$
  $\Rightarrow k = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$
  $\Rightarrow \dfrac{P}{\sqrt{l}} = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$ - Igualando los valores de k.
  $\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{l}} = \dfrac{2}{\sqrt{l_2}}$ - Cancelando P en ambos lados.

Modelos de Variación

- ¿Cuánto tendríamos que modificar la longitud para duplicar el periodo del péndulo?

  Solución: Como $P = k\sqrt{l} \Rightarrow k = \dfrac{P}{\sqrt{l}}$.

  Sea l_2 la nueva longitud del péndulo. Por lo tanto,
  $2P = k\sqrt{l_2}$
  $\Rightarrow k = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$
  $\Rightarrow \dfrac{P}{\sqrt{l}} = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$ - Igualando los valores de k.
  $\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{l}} = \dfrac{2}{\sqrt{l_2}}$ - Cancelando P en ambos lados.
  $\Rightarrow \sqrt{l_2} = 2\sqrt{l}$ - Multiplicando cruzado.

Modelos de Variación

- ¿Cuánto tendríamos que modificar la longitud para duplicar el periodo del péndulo?

  Solución: Como $P = k\sqrt{l} \Rightarrow k = \dfrac{P}{\sqrt{l}}$.

  Sea l_2 la nueva longitud del péndulo. Por lo tanto,
  $2P = k\sqrt{l_2}$
  $\Rightarrow k = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$
  $\Rightarrow \dfrac{P}{\sqrt{l}} = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$ - Igualando los valores de k.
  $\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{l}} = \dfrac{2}{\sqrt{l_2}}$ - Cancelando P en ambos lados.
  $\Rightarrow \sqrt{l_2} = 2\sqrt{l}$ - Multiplicando cruzado.
  $\Rightarrow l_2 = 4l$ - Cuadrando ambos lados.

Modelos de Variación

- ¿Cuánto tendríamos que modificar la longitud para duplicar el periodo del péndulo?

  Solución: Como $P = k\sqrt{l} \Rightarrow k = \dfrac{P}{\sqrt{l}}$.

  Sea l_2 la nueva longitud del péndulo. Por lo tanto,
  $2P = k\sqrt{l_2}$
  $\Rightarrow k = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$
  $\Rightarrow \dfrac{P}{\sqrt{l}} = \dfrac{2P}{\sqrt{l_2}}$ - Igualando los valores de k.
  $\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{l}} = \dfrac{2}{\sqrt{l_2}}$ - Cancelando P en ambos lados.
  $\Rightarrow \sqrt{l_2} = 2\sqrt{l}$ - Multiplicando cruzado.
  $\Rightarrow l_2 = 4l$ - Cuadrando ambos lados.
  Por lo tanto, hay que multiplicar la longitud por 4.

Modelos de Variación

Variación Inversa:

Definición: Si las variables x y y están relacionadas mediante la ecuación

$$y = \frac{k}{x}$$

Modelos de Variación

Variación Inversa:

Definición: Si las variables x y y están relacionadas mediante la ecuación

$$y = \frac{k}{x}$$

para alguna constante $k \neq 0$, entonces se dice que y **varía inversamente con** x, o que y **es inversamente proporcional a** x.

Modelos de Variación

Variación Inversa:

Definición: Si las variables x y y están relacionadas mediante la ecuación

$$y = \frac{k}{x}$$

para alguna constante $k \neq 0$, entonces se dice que y **varía inversamente con** x, o que y **es inversamente proporcional a** x. La constante k se conoce como **constante de proporcionalidad** o **de variación**.

Modelos de Variación

Variación Conjunta:

Definición: Si las variables x, y y z están relacionadas mediante la ecuación

$$z = kxy$$

Modelos de Variación

Variación Conjunta:

Definición: Si las variables x, y y z están relacionadas mediante la ecuación

$$z = kxy$$

para alguna constante $k \neq 0$, entonces se dice que z **varía conjuntamente con** x y y o que z **es conjuntamente proporcional a** x y y.

Modelos de Variación

Variación Conjunta:

Definición: Si las variables x, y y z están relacionadas mediante la ecuación

$$z = kxy$$

para alguna constante $k \neq 0$, entonces se dice que z **varía conjuntamente con** x y y o que z **es conjuntamente proporcional a** x y y. La constante k se conoce como **constante de proporcionalidad** o **de variación**.

Modelos de Variación

Variación Combinada:

Definición: Si las variables x, y y z está relacionadas mediante la ecuación

$$z = k\frac{x}{y}$$

Modelos de Variación

Variación Combinada:

Definición: Si las variables x, y y z está relacionadas mediante la ecuación

$$z = k\frac{x}{y}$$

para alguna constante $k \neq 0$, entonces se dice que z **es proporcional a** x e **inversamente proporcional a** y.

Modelos de Variación

Variación Combinada:

Definición: Si las variables x, y y z está relacionadas mediante la ecuación

$$z = k\frac{x}{y}$$

para alguna constante $k \neq 0$, entonces se dice que z **es proporcional a** x e **inversamente proporcional a** y. La constante k se conoce como **constante de proporcionalidad** o **de variación**.

Modelos de Variación

Variación Combinada:

Definición: Si las variables x, y y z está relacionadas mediante la ecuación

$$z = k\frac{x}{y}$$

para alguna constante $k \neq 0$, entonces se dice que z **es proporcional a** x e **inversamente proporcional a** y. La constante k se conoce como **constante de proporcionalidad** o **de variación**.

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

R es conjuntamente proporcional a x y y e inversamente proporcional a s, si $x = 2$, $y = 3$, $s = 12$, entonces $R = 25$

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

> R es conjuntamente proporcional a x y y e inversamente proporcional a s, si $x = 2$, $y = 3$, $s = 12$, entonces $R = 25$

Solución: $R = k\,\dfrac{xy}{s}$

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

> R es conjuntamente proporcional a x y y e inversamente proporcional a s, si $x = 2$, $y = 3$, $s = 12$, entonces $R = 25$

Solución: $R = k\,\dfrac{xy}{s} \Rightarrow k = \dfrac{Rs}{xy}$

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

R es conjuntamente proporcional a x y y e inversamente proporcional a s, si $x = 2$, $y = 3$, $s = 12$, entonces $R = 25$

Solución: $R = k\,\dfrac{xy}{s} \Rightarrow k = \dfrac{Rs}{xy} \Rightarrow k = \dfrac{25 \times 12}{2 \times 3}$

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

R es conjuntamente proporcional a x y y e inversamente proporcional a s, si $x = 2$, $y = 3$, $s = 12$, entonces $R = 25$

Solución: $R = k\,\dfrac{xy}{s} \Rightarrow k = \dfrac{Rs}{xy} \Rightarrow k = \dfrac{25 \times 12}{2 \times 3} \Rightarrow k = 50$

Modelos de Variación

Ejemplo: Exprese el enunciado como una fórmula y utilice la información dada para determinar la constante de proporcionalidad.

R es conjuntamente proporcional a x y y e inversamente proporcional a s, si $x = 2$, $y = 3$, $s = 12$, entonces $R = 25$

Solución: $R = k\,\dfrac{xy}{s} \Rightarrow k = \dfrac{Rs}{xy} \Rightarrow k = \dfrac{25 \times 12}{2 \times 3} \Rightarrow k = 50$

Modelo de variación: $R = 50\,\dfrac{xy}{s}$

Modelos de Variación

Ejercicio: Un carro está viajando sobre una curva que tiene la forma de un arco circular. La fuerza F necesaria para que el carro siga en la carretera es conjuntamente proporcional al peso w del carro y al cuadrado de su velocidad s e inversamente proporcional al radio r de la curva.

Modelos de Variación

Ejercicio: Un carro está viajando sobre una curva que tiene la forma de un arco circular. La fuerza F necesaria para que el carro siga en la carretera es conjuntamente proporcional al peso w del carro y al cuadrado de su velocidad s e inversamente proporcional al radio r de la curva.

Modelos de Variación

1. Escriba una ecuación que represente la variación.
2. Un carro que pesa 1000 lb viaja sobre la curva a una velocidad de 60 mi/h. El próximo carro sobre la curva pesa 2500 lb y requiere la misma fuerza que el primer carro para evitar que salga de la curva. Determine la velocidad del segundo carro.