Operaciones con Funciones

Carlos A. Rivera-Morales

Precálculo I

Tabla de Contenido

Objetivos:

Discutiremos:

- suma, resta, multiplicación y división de funciones

Objetivos:

Discutiremos:

- suma, resta, multiplicación y división de funciones
- composición de funciones

Objetivos:

Discutiremos:

- suma, resta, multiplicación y división de funciones
- composición de funciones

Álgebra y Composición de Funciones

Las operaciones de suma, resta, multiplicación, división y composición de funciones son operaciones con funciones que permiten formar o construir otras funciones a partir de funciones dadas.

Álgebra y Composición de Funciones

Álgebra de Funciones

Definición: Sean f y g funciones con dominios respectivos D_f y D_g tales que $D_f \cap D_g$ no es vacío. Entonces definimos las funciones $f+g$, $f-g$, fg, kg y $\dfrac{f}{g}$ como sigue:

Álgebra y Composición de Funciones

Álgebra de Funciones

Definición: Sean f y g funciones con dominios respectivos D_f y D_g tales que $D_f \cap D_g$ no es vacío. Entonces definimos las funciones $f+g$, $f-g$, fg, kg y $\dfrac{f}{g}$ como sigue:

1. *Suma:* $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

Álgebra y Composición de Funciones

Álgebra de Funciones

Definición: Sean f y g funciones con dominios respectivos D_f y D_g tales que $D_f \cap D_g$ no es vacío. Entonces definimos las funciones $f+g$, $f-g$, fg, kg y $\dfrac{f}{g}$ como sigue:

1. *Suma:* $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
2. *Diferencia:* $(f-g)(x) = f(x)$ - $g(x)$

Álgebra y Composición de Funciones

Álgebra de Funciones

Definición: Sean f y g funciones con dominios respectivos D_f y D_g tales que $D_f \cap D_g$ no es vacío. Entonces definimos las funciones $f+g$, $f-g$, fg, kg y $\dfrac{f}{g}$ como sigue:

1. *Suma:* $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
2. *Diferencia:* $(f-g)(x) = f(x)$ - $g(x)$
3. *Producto:* $(fg)(x) = f(x) \times g(x)$

Álgebra y Composición de Funciones

Álgebra de Funciones

Definición: Sean f y g funciones con dominios respectivos D_f y D_g tales que $D_f \cap D_g$ no es vacío. Entonces definimos las funciones $f+g$, $f-g$, fg, kg y $\dfrac{f}{g}$ como sigue:

1. *Suma:* $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
2. *Diferencia:* $(f-g)(x) = f(x)$ - $g(x)$
3. *Producto:* $(fg)(x) = f(x) \times g(x)$
4. *Producto Escalar:* $(kf)(x) = kf(x)$

Álgebra y Composición de Funciones

Álgebra de Funciones

Definición: Sean f y g funciones con dominios respectivos D_f y D_g tales que $D_f \cap D_g$ no es vacío. Entonces definimos las funciones $f+g$, $f-g$, fg, kg y $\dfrac{f}{g}$ como sigue:

1. *Suma:* $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
2. *Diferencia:* $(f-g)(x) = f(x)$ - $g(x)$
3. *Producto:* $(fg)(x) = f(x) \times g(x)$
4. *Producto Escalar:* $(kf)(x) = kf(x)$
5. *Cociente:* $(\dfrac{f}{g})(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

Álgebra y Composición de Funciones

Notas:

1. El dominio de las funciones $f+g$, $f-g$ y fg es $D_f \cap D_g$.

Álgebra y Composición de Funciones

Notas:

1. El dominio de las funciones $f+g$, $f-g$ y fg es $D_f \cap D_g$.
2. El dominio de la función kf es D_f.

Álgebra y Composición de Funciones

Notas:

1. El dominio de las funciones $f+g$, $f-g$ y fg es $D_f \cap D_g$.
2. El dominio de la función kf es D_f.
3. El dominio de la función $\dfrac{f}{g}$ es $D_f \cap D_g$ con excepción de los valores para los cuales $g(x)=0$.

Álgebra y Composición de Funciones

Notas:

1. El dominio de las funciones $f + g$, $f - g$ y fg es $D_f \cap D_g$.
2. El dominio de la función kf es D_f.
3. El dominio de la función $\dfrac{f}{g}$ es $D_f \cap D_g$ con excepción de los valores para los cuales $g(x) = 0$.

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplos: Sea $f(x) = x + 2$ y $g(x) = x - 2$. $D_f = \mathbb{R}$ y $D_f = \mathbb{R}$.

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplos: Sea $f(x) = x + 2$ y $g(x) = x - 2$. $D_f = \mathbb{R}$ y $D_f = \mathbb{R}$.

1. $(fg)(x) = f(x) \times \mathrm{g}(x) = (x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$. $D_{fg} = \mathbb{R}$

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplos: Sea $f(x) = x + 2$ y $g(x) = x - 2$. $D_f =\mathbb{R}$ y $D_f =\mathbb{R}$.

1. $(fg)(x) = f(x) \times \text{g}(x) = (x + 2)(x$ - $2) = x^2 - 4$. $D_{fg} =\mathbb{R}$
2. $(3f - 4g)(x) = 3f(x)$ - $4g(x) = 3(x + 2) - 4(x - 2)$
   $= -x + 14$. $D_{3f-4g} =\mathbb{R}$

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplos: Sea $f(x) = x + 2$ y $g(x) = x - 2$. $D_f = \mathbb{R}$ y $D_f = \mathbb{R}$.

1. $(fg)(x) = f(x) \times \text{g}(x) = (x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$. $D_{fg} = \mathbb{R}$
2. $(3f - 4g)(x) = 3f(x) - 4g(x) = 3(x + 2) - 4(x - 2)$
$= -x + 14$. $D_{3f-4g} = \mathbb{R}$
3. $\dfrac{g(x)}{f(x)} = \dfrac{x - 2}{x + 2}$. $D_{\frac{g}{f}} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Álgebra y Composición de Funciones

Composición de Funciones

Definición: Sean f y g funciones con dominios respectivos D_f y D_g.

Álgebra y Composición de Funciones

Composición de Funciones

Definición: Sean f y g funciones con dominios respectivos D_f y D_g. Entonces, la **composición** de las funciones f y g, denotada por $f \circ g$, se define como

Álgebra y Composición de Funciones

Composición de Funciones

Definición: Sean f y g funciones con dominios respectivos D_f y D_g. Entonces, la **composición** de las funciones f y g, denotada por $f \circ g$, se define como

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

Álgebra y Composición de Funciones

Composición de Funciones

Definición: Sean f y g funciones con dominios respectivos D_f y D_g. Entonces, la **composición** de las funciones f y g, denotada por $f \circ g$, se define como

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

El dominio de $f \circ g$ se define como

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\}.$$

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplo 1: Sea $f(x) = x^3$ y $g(x) = \sqrt[3]{x}$. Determine una fórmula para $f \circ g$.

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplo 1: Sea $f(x) = x^3$ y $g(x) = \sqrt[3]{x}$. Determine una fórmula para $f \circ g$.

Solución:
$(f \circ g)(x) = f(g(x) = f(\sqrt[3]{x}) = (\sqrt[3]{x^3}) = x.$

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplo 1: Sea $f(x) = x^3$ y $g(x) = \sqrt[3]{x}$. Determine una fórmula para $f \circ g$.

Solución:
$(f \circ g)(x) = f(g(x) = f(\sqrt[3]{x}) = (\sqrt[3]{x^3}) = x.$

Ejemplo 2: Sea $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = \sqrt{x}$. Determine una fórmula para $f \circ g$ e indique su dominio.

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplo 1: Sea $f(x) = x^3$ y $g(x) = \sqrt[3]{x}$. Determine una fórmula para $f \circ g$.

Solución:
$(f \circ g)(x) = f(g(x) = f(\sqrt[3]{x}) = (\sqrt[3]{x^3}) = x.$

Ejemplo 2: Sea $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = \sqrt{x}$. Determine una fórmula para $f \circ g$ e indique su dominio.

Solución:
$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 1 = x + 1.$

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplo 1: Sea $f(x) = x^3$ y $g(x) = \sqrt[3]{x}$. Determine una fórmula para $f \circ g$.

Solución:
$(f \circ g)(x) = f(g(x) = f(\sqrt[3]{x}) = (\sqrt[3]{x^3}) = x.$

Ejemplo 2: Sea $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = \sqrt{x}$. Determine una fórmula para $f \circ g$ e indique su dominio.

Solución:
$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 1 = x + 1.$
$D_{f \circ g} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \{x \in [0, +\infty) | \sqrt{x} \in \mathrm{R}\}.$
$= [0, +\infty)$

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplo 3: Sea $f(x) = \{(3,6),(2,12),(4,0),(0,14)\}$ y $g(x) = \{(0,0),(2,0),(3,3),(12,4),(1,2),(15,4)\}$.

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplo 3: Sea $f(x) = \{(3,6),(2,12),(4,0),(0,14)\}$ y $g(x) = \{(0,0),(2,0),(3,3),(12,4),(1,2),(15,4)\}$.

Determine $f \circ g$.

Álgebra y Composición de Funciones

Ejemplo 3: Sea $f(x) = \{(3,6),(2,12),(4,0),(0,14)\}$ y $g(x) = \{(0,0),(2,0),(3,3),(12,4),(1,2),(15,4)\}$.

Determine $f \circ g$.

Solución:
$f \circ g = \{(0,14),(2,14),(3,6),(12,0),(1,12),(15,0)\}$.

Álgebra y Composición de Funciones

Ejercicios:

1: Sea $f(x) = \{(-3,6),(2,12),(4,0),(0,-14)\}$ y
$g(x) = \{(0,5),(2,0),(3,12),(12,18),(1,2),(15,4)\}$.

Determine $f \circ g$.

2: Sea $f(x) = \{(3,6),(2,12),(4,0),(0,14)\}$ y
$g(x) = \{(0,5),(2,3),(3,12),(12,18),(1,1),(15,1)\}$.

Determine $f \circ g$.

Álgebra y Composición de Funciones

3: Sean f y g funciones. Use las dos tablas de la izquierda para llenar la tabla de la derecha.

x	$f(x)$
0	3
1	4
2	5
3	6
4	7

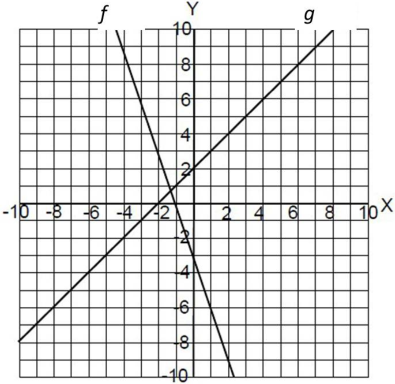
x	$g(x)$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

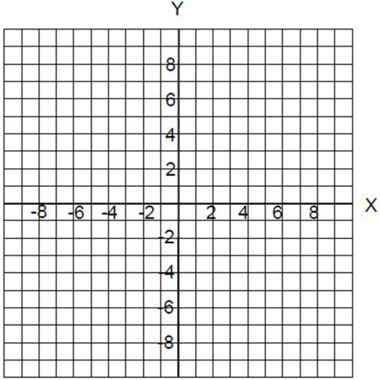
x	$f(g(x))$
-2	
-1	
0	
1	
2	

Si $h(x) = f(g(x))$ escriba una posible fórmula para la función h.

Álgebra y Composición de Funciones

4: Use las gráficas de las funciones f y g para graficar la función $h = g \circ f$.





Álgebra y Composición de Funciones

5: Para las funciones f y g dadas, escriba una fórmula para $f \circ g$ y el dominio de $f \circ g$ y para $g \circ f$ y el dominio de $f \circ g$.

a) $f(x) = x^2 - 3x$, $g(x) = \sqrt{x+2}$

b) $f(x) = \dfrac{x}{x-2}$, $g(x) = \dfrac{3}{x}$

6: Para la función h dada, determine dos funciones f y g tal que $h = f \circ g$. Puede haber más de una posibilidad.

a) $h(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x}$

b) $h(x) = 4 + \sqrt{x^2 + 1}$