

Sistemas de Coordenadas Cartesianas

Carlos A. Rivera-Morales

Precálculo I

Tabla de Contenido

- Objetivos
- Plano Cartesiano
- Gráficas de Conjuntos de Pares Ordenados de Números Reales
- Fórmula de la Distancia en el Plano Cartesiano
- Fórmula del Punto Medio en el Plano Cartesiano
- Ecuación de una Circunferencia en el Plano Cartesiano

Objetivos:

Discutiremos:

- producto cruz o cartesiano de dos conjuntos.

Objetivos:

Discutiremos:

- producto cruz o cartesiano de dos conjuntos.
- plano cartesiano

Objetivos:

Discutiremos:

- producto cruz o cartesiano de dos conjuntos.
- plano cartesiano
- fórmula de la distancia en el plano cartesiano.

Objetivos:

Discutiremos:

- producto cruz o cartesiano de dos conjuntos.
- plano cartesiano
- fórmula de la distancia en el plano cartesiano.
- fórmula del punto medio en el plano cartesiano.

Objetivos:

Discutiremos:

- producto cruz o cartesiano de dos conjuntos.
- plano cartesiano
- fórmula de la distancia en el plano cartesiano.
- fórmula del punto medio en el plano cartesiano.
- ecuación de una circunferencia en el plano cartesiano.

Plano Cartesiano

Producto Cartesiano de dos Conjuntos:

El **producto cartesiano** o **producto cruz** de dos conjuntos A y B , denotado por $A \times B$ es el conjunto de todos los pares ordenados donde la primera componente es elemento de A y la segunda componente es elemento de B . Esto es,

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ y } y \in B\}$$

Plano Cartesiano

Plano Cartesiano:

Sea $\mathbb{R} = \{\text{números reales}\}$. El **plano cartesiano** o **sistema de coordenadas cartesianas** es una correspondencia uno a uno o biunívoca entre el conjunto de los pares ordenados de números reales y los puntos de un plano. Se denota por \mathbb{R}^2 . Esto es,

$$\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$$

Plano Cartesiano

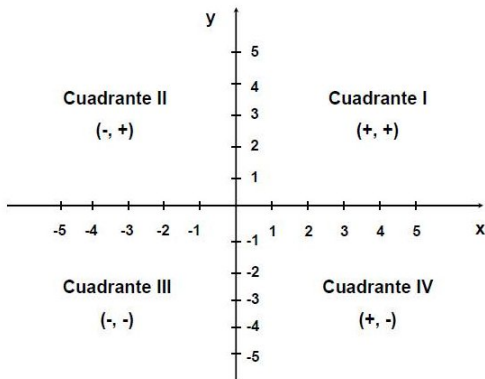


Figura: Plano Cartesiano

Plano Cartesiano

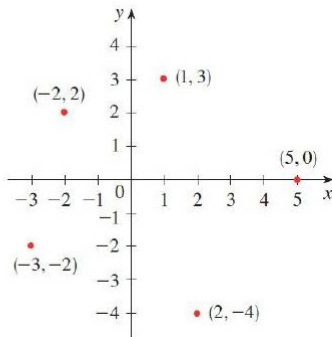
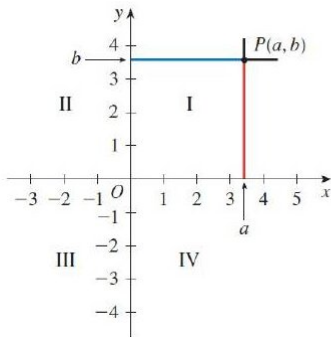


Figura: Plano Cartesiano

Plano Cartesiano

Gráficas de Conjuntos de Pares Ordenados de Números Reales:

Plano Cartesiano

Gráficas de Conjuntos de Pares Ordenados de Números Reales:

Ejemplos: Grafique los siguientes conjuntos:

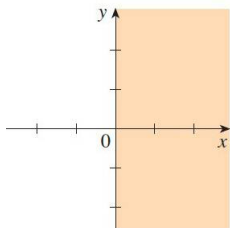
a) $\{(x, y) \mid x \geq 0\}$; **b)** $\{(x, y) \mid y = 1\}$; **c)** $\{(x, y) \mid |y| < 1\}$

Plano Cartesiano

Gráficas de Conjuntos de Pares Ordenados de Números Reales:

Ejemplos: Grafique los siguientes conjuntos:

a) $\{(x, y) \mid x \geq 0\}$; b) $\{(x, y) \mid y = 1\}$; c) $\{(x, y) \mid |y| < 1\}$



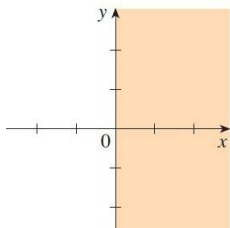
(a) $x \geq 0$

Plano Cartesiano

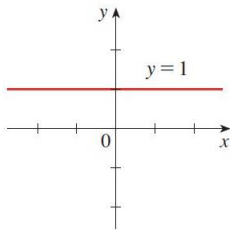
Gráficas de Conjuntos de Pares Ordenados de Números Reales:

Ejemplos: Grafique los siguientes conjuntos:

a) $\{(x, y) \mid x \geq 0\}$; **b)** $\{(x, y) \mid y = 1\}$; **c)** $\{(x, y) \mid |y| < 1\}$



(a) $x \geq 0$



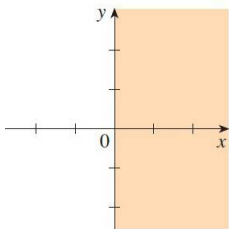
(b) $y = 1$

Plano Cartesiano

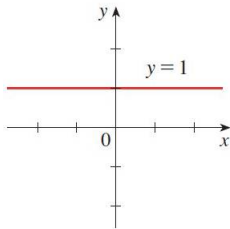
Gráficas de Conjuntos de Pares Ordenados de Números Reales:

Ejemplos: Grafique los siguientes conjuntos:

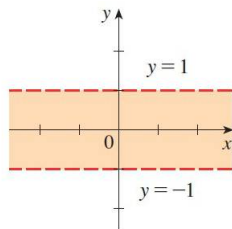
a) $\{(x, y) \mid x \geq 0\}$; **b)** $\{(x, y) \mid y = 1\}$; **c)** $\{(x, y) \mid |y| < 1\}$



(a) $x \geq 0$



(b) $y = 1$



(c) $|y| < 1$

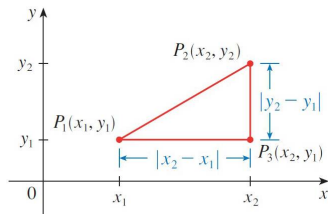
Plano Cartesiano

Ejercicios: Grafique los siguientes conjuntos de pares ordenados de números reales:

- 1 $\{(x, y) \mid x \leq 1\}$
- 2 $\{(x, y) \mid 2 < x \leq 5\}$
- 3 $\{(x, y) \mid x \geq 3\}$
- 4 $\{(x, y) \mid x = -5\}$

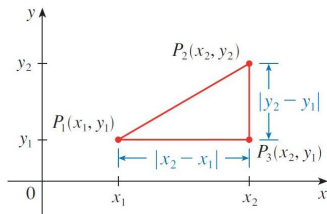
Plano Cartesiano

Consideremos la siguiente figura:



Plano Cartesiano

Consideremos la siguiente figura:

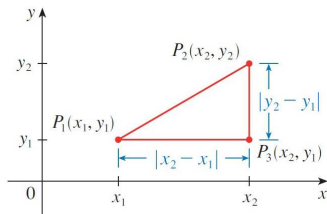


Por el teorema de Pitágoras,

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2}.$$

Plano Cartesiano

Consideremos la siguiente figura:



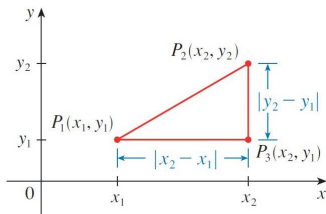
Por el teorema de Pitágoras,

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2}.$$

Como $|x|^2 = x^2$,

Plano Cartesiano

Consideremos la siguiente figura:



Por el teorema de Pitágoras,

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2}.$$

Como $|x|^2 = x^2$,

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Plano Cartesiano

Fórmula de la Distancia en el Plano Cartesiano:

Sean $P_1 = (x_1, y_1)$ y $P_2 = (x_2, y_2)$ dos puntos en el plano cartesiano. Entonces, la **distancia** de P_1 a P_2 , denotada por $d(P_1, P_2)$ o por d , está dada por

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Plano Cartesiano

Ejemplo 1: Determine la distancia de $(5, 21)$ a $(-3, 1)$.

Plano Cartesiano

Ejemplo 1: Determine la distancia de $(5, 21)$ a $(-3, 1)$.

$$\begin{aligned}d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\&= \sqrt{(-3 - 5)^2 + (1 - 21)^2} \\&= \sqrt{(-8)^2 + (-20)^2} \\&= \sqrt{64 + 400} \\&= \sqrt{464} \\&= 4\sqrt{29} \approx 21.54\end{aligned}$$

Plano Cartesiano

Ejemplo 1: Determine la distancia de $(5, 21)$ a $(-3, 1)$.

$$\begin{aligned}d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\&= \sqrt{(-3 - 5)^2 + (1 - 21)^2} \\&= \sqrt{(-8)^2 + (-20)^2} \\&= \sqrt{64 + 400} \\&= \sqrt{464} \\&= 4\sqrt{29} \approx 21.54\end{aligned}$$

Plano Cartesiano

Ejemplo 2: Determine la distancia de $(5.9, 2)$ a $(3.7, -7.7)$.

Plano Cartesiano

Ejemplo 2: Determine la distancia de $(5.9, 2)$ a $(3.7, -7.7)$.

$$\begin{aligned}d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\&= \sqrt{(3.7 - 5.9)^2 + (-7.7 - 2)^2} \\&= \sqrt{(-2.2)^2 + (-9.7)^2} \\&= \sqrt{4.84 + 94.09} \\&= \sqrt{98.93} \\&\approx 9.95\end{aligned}$$

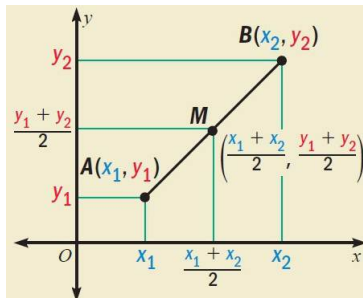
Plano Cartesiano

Ejemplo 2: Determine la distancia de $(5.9, 2)$ a $(3.7, -7.7)$.

$$\begin{aligned}d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\&= \sqrt{(3.7 - 5.9)^2 + (-7.7 - 2)^2} \\&= \sqrt{(-2.2)^2 + (-9.7)^2} \\&= \sqrt{4.84 + 94.09} \\&= \sqrt{98.93} \\&\approx 9.95\end{aligned}$$

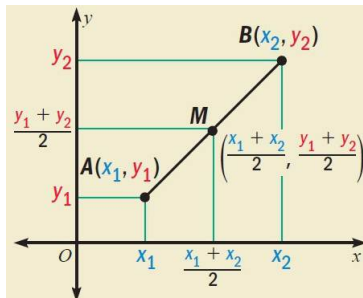
Plano Cartesiano

Consideremos la siguiente figura. Suponga que M es el punto medio del segmento con puntos extremos A y B .



Plano Cartesiano

Consideremos la siguiente figura. Suponga que M es el punto medio del segmento con puntos extremos A y B .



Plano Cartesiano

Fórmula del Punto Medio en el Plano Cartesiano:

Sean $P_1 = (x_1, y_1)$ y $P_2 = (x_2, y_2)$ dos puntos en el plano cartesiano. Entonces, el **punto medio** de P_1 a P_2 , denotada por $M(P_1, P_2)$ o por M , está dado por

$$M(P_1, P_2) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right).$$

Plano Cartesiano

Ejemplo 1: Determine el punto medio de $(-1, 2)$ y $(1, -3)$.

Plano Cartesiano

Ejemplo 1: Determine el punto medio de $(-1, 2)$ y $(1, -3)$.

$$\begin{aligned}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) &= \left(\frac{-1+1}{2}, \frac{2+(-3)}{2}\right) \\ &= \left(\frac{0}{2}, \frac{-1}{2}\right) \\ &= \left(0, -\frac{1}{2}\right)\end{aligned}$$

Plano Cartesiano

Ejemplo 1: Determine el punto medio de $(-1, 2)$ y $(1, -3)$.

$$\begin{aligned}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) &= \left(\frac{-1+1}{2}, \frac{2+(-3)}{2}\right) \\ &= \left(\frac{0}{2}, \frac{-1}{2}\right) \\ &= \left(0, -\frac{1}{2}\right)\end{aligned}$$

Plano Cartesiano

Ejemplo 2: Determine el punto medio de $(-\frac{4}{5}, -\frac{2}{3})$ y $(\frac{1}{8}, \frac{3}{4})$.

Plano Cartesiano

Ejemplo 2: Determine el punto medio de $(-\frac{4}{5}, -\frac{2}{3})$ y $(\frac{1}{8}, \frac{3}{4})$.

$$\begin{aligned}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) &= \left(\frac{-\frac{4}{5} + \frac{1}{8}}{2}, \frac{-\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{2}\right) \\ &= \left(\frac{-\frac{27}{40}}{2}, \frac{\frac{1}{12}}{2}\right) \\ &= \left(-\frac{27}{80}, \frac{1}{24}\right)\end{aligned}$$

Plano Cartesiano

Ejemplo 2: Determine el punto medio de $(-\frac{4}{5}, -\frac{2}{3})$ y $(\frac{1}{8}, \frac{3}{4})$.

$$\begin{aligned}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) &= \left(\frac{-\frac{4}{5} + \frac{1}{8}}{2}, \frac{-\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{2}\right) \\ &= \left(\frac{-\frac{27}{40}}{2}, \frac{\frac{1}{12}}{2}\right) \\ &= \left(-\frac{27}{80}, \frac{1}{24}\right)\end{aligned}$$

Plano Cartesiano

Ejercicios: Determine la distancia entre cada par de puntos.

1. $(0, 0), (3, -4)$

4. $(5, 3), (7, 9)$

7. $(-5, -2), (7, 3)$

10. $(-8, 12), (3, -9)$

13. $(7, 3), (5, 1)$

16. $(6, -5), (-2, -1)$

19. $(0, \sqrt{7}), (\sqrt{6}, 0)$

22. $(x, y), (a, b)$

2. $(2, 4), (5, 8)$

5. $(5, 6), (7, 10)$

8. $(10, 4), (2, -2)$

11. $(4, 6), (10, 6)$

14. $(3, 5), (1, -3)$

17. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

20. $(\sqrt{8}, \sqrt{3}), (-\sqrt{5}, -\sqrt{6})$

23. $(2, 3a), (-1, a)$

3. $(-2, -8), (3, 4)$

6. $(2, -7), (-3, 12)$

9. $(6, 5), (4, 2)$

12. $(1, 2), (5, 6)$

15. $(4, -2), (-3, -6)$

18. $(-\frac{4}{5}, -\frac{2}{3}), (\frac{1}{8}, \frac{3}{4})$

21. $(9, 2\sqrt{3}), (-4, 5\sqrt{3})$

24. $(p, q), (q, p)$

Plano Cartesiano

Ejercicios: Determine la distancia entre cada par de puntos.

1. $(0, 0), (3, -4)$

4. $(5, 3), (7, 9)$

7. $(-5, -2), (7, 3)$

10. $(-8, 12), (3, -9)$

13. $(7, 3), (5, 1)$

16. $(6, -5), (-2, -1)$

19. $(0, \sqrt{7}), (\sqrt{6}, 0)$

22. $(x, y), (a, b)$

2. $(2, 4), (5, 8)$

5. $(5, 6), (7, 10)$

8. $(10, 4), (2, -2)$

11. $(4, 6), (10, 6)$

14. $(3, 5), (1, -3)$

17. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

20. $(\sqrt{8}, \sqrt{3}), (-\sqrt{5}, -\sqrt{6})$

23. $(2, 3a), (-1, a)$

3. $(-2, -8), (3, 4)$

6. $(2, -7), (-3, 12)$

9. $(6, 5), (4, 2)$

12. $(1, 2), (5, 6)$

15. $(4, -2), (-3, -6)$

18. $(-\frac{4}{5}, -\frac{2}{3}), (\frac{1}{8}, \frac{3}{4})$

21. $(9, 2\sqrt{3}), (-4, 5\sqrt{3})$

24. $(p, q), (q, p)$

Plano Cartesiano

Ejercicios: Determine el punto medio entre cada par de puntos.

25. $(5, 3), (7, 9)$

26. $(5, 6), (7, 10)$

27. $(2, -7), (-3, 12)$

28. $(0, 0), (3, -4)$

29. $(2, 4), (5, 8)$

30. $(-2, -8), (3, 4)$

31. $(-8, 12), (3, -9)$

32. $(4, 6), (10, 6)$

33. $(1, 2), (5, 6)$

34. $(-5, -2), (7, 3)$

35. $(10, 4), (2, -2)$

36. $(6, 5), (4, 2)$

37. $(3, 5), (1, -3)$

38. $(7, 3), (5, 1)$

39. $(6, -5), (-2, -1)$

40. $(4, -2), (-3, -6)$

41. $(-\frac{4}{5}, -\frac{2}{3}), (\frac{1}{8}, \frac{3}{4})$

42. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

43. $(0, \sqrt{7}), (\sqrt{6}, 0)$

44. $(9, 2\sqrt{3}), (-4, 5\sqrt{3})$

45. $(\sqrt{8}, \sqrt{3}), (-\sqrt{5}, -\sqrt{6})$

46. $(x, y), (a, b)$

47. $(p, q), (q, p)$

48. $(2, 3a), (-1, a)$

Plano Cartesiano

Ejercicios: Determine el punto medio entre cada par de puntos.

25. $(5, 3), (7, 9)$

28. $(0, 0), (3, -4)$

31. $(-8, 12), (3, -9)$

34. $(-5, -2), (7, 3)$

37. $(3, 5), (1, -3)$

40. $(4, -2), (-3, -6)$

43. $(0, \sqrt{7}), (\sqrt{6}, 0)$

46. $(x, y), (a, b)$

26. $(5, 6), (7, 10)$

29. $(2, 4), (5, 8)$

32. $(4, 6), (10, 6)$

35. $(10, 4), (2, -2)$

38. $(7, 3), (5, 1)$

41. $(-\frac{4}{5}, -\frac{2}{3}), (\frac{1}{8}, \frac{3}{4})$

44. $(9, 2\sqrt{3}), (-4, 5\sqrt{3})$

47. $(p, q), (q, p)$

27. $(2, -7), (-3, 12)$

30. $(-2, -8), (3, 4)$

33. $(1, 2), (5, 6)$

36. $(6, 5), (4, 2)$

39. $(6, -5), (-2, -1)$

42. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

45. $(\sqrt{8}, \sqrt{3}), (-\sqrt{5}, -\sqrt{6})$

48. $(2, 3a), (-1, a)$

Plano Cartesiano

Circunferencia:

Definición: Una **circunferencia** es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto fijo en el plano llamado **centro**. La distancia que existe de cualquiera de sus puntos al centro recibe el nombre de **radio**.

Plano Cartesiano

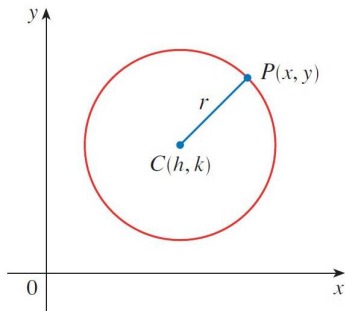
Circunferencia:

Definición: Una **circunferencia** es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto fijo en el plano llamado **centro**. La distancia que existe de cualquiera de sus puntos al centro recibe el nombre de **radio**.

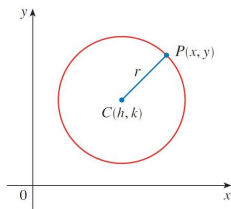
Nota: Cabe señalar que circunferencia y círculo no son sinónimos, ya que un círculo es la porción del plano comprendida y limitada por una circunferencia, es decir, toda su región interior.

Plano Cartesiano

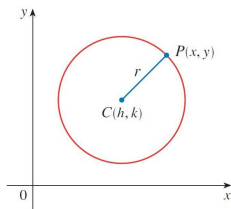
Si el centro de la circunferencia se ubica en el punto de coordenadas $C(h, k)$, su gráfica tendrá una forma como la siguiente:



Plano Cartesiano



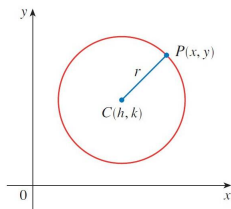
Plano Cartesiano



Por lo tanto,

$$r = d(P, C) = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$$

Plano Cartesiano

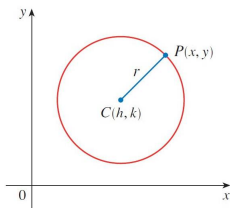


Por lo tanto,

$$r = d(P, C) = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$$

$$\sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2} = r$$

Plano Cartesiano

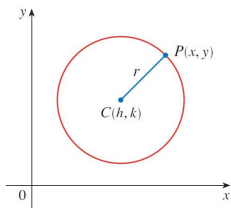


Por lo tanto,

$$r = d(P, C) = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$$

$$\sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2} = r ; \text{cuadrando ambos lados,}$$

Plano Cartesiano



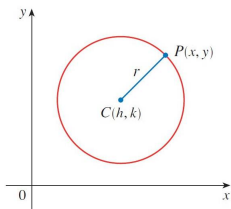
Por lo tanto,

$$r = d(P, C) = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$$

$\sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2} = r$; cuadrando ambos lados,

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Plano Cartesiano



Por lo tanto,

$$r = d(P, C) = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$$

$\sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2} = r$; cuadrando ambos lados,

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Plano Cartesiano

Ecuación de una Circunferencia en el Plano Cartesiano:

Una ecuación de la circunferencia en el plano cartesiano con centro $C(h, k)$ y radio r está dada por

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

En particular, si el centro es $C(0, 0)$, la ecuación es

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$$

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$$

$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = -7$: se agrupan los términos con la misma variable.

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$$

$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = -7$: se agrupan los términos con la misma variable.

$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = -7 + 1 + 9$: se completan los cuadrados en las dos agrupaciones de términos.

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$$

$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = -7$: se agrupan los términos con la misma variable.

$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = -7 + 1 + 9$: se completan los cuadrados en las dos agrupaciones de términos.

$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 3$: se factoriza cada trinomio cuadrado perfecto.

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$$

$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = -7$: se agrupan los términos con la misma variable.

$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = -7 + 1 + 9$: se completan los cuadrados en las dos agrupaciones de términos.

$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 3$: se factoriza cada trinomio cuadrado perfecto.

Comparando la ecuación anterior con $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, se concluye que

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$$

$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = -7$: se agrupan los términos con la misma variable.

$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = -7 + 1 + 9$: se completan los cuadrados en las dos agrupaciones de términos.

$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 3$: se factoriza cada trinomio cuadrado perfecto.

Comparando la ecuación anterior con $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, se concluye que

$$h =$$

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación
 $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$

$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = -7$: se agrupan los términos con la misma variable.

$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = -7 + 1 + 9$: se completan los cuadrados en las dos agrupaciones de términos.

$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 3$: se factoriza cada trinomio cuadrado perfecto.

Comparando la ecuación anterior con $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, se concluye que

$$h = -1,$$

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$$

$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = -7$: se agrupan los términos con la misma variable.

$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = -7 + 1 + 9$: se completan los cuadrados en las dos agrupaciones de términos.

$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 3$: se factoriza cada trinomio cuadrado perfecto.

Comparando la ecuación anterior con $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, se concluye que

$$h = -1, k =$$

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$$

$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = -7$: se agrupan los términos con la misma variable.

$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = -7 + 1 + 9$: se completan los cuadrados en las dos agrupaciones de términos.

$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 3$: se factoriza cada trinomio cuadrado perfecto.

Comparando la ecuación anterior con $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, se concluye que

$$h = -1, k = 3,$$

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$$

$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = -7$: se agrupan los términos con la misma variable.

$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = -7 + 1 + 9$: se completan los cuadrados en las dos agrupaciones de términos.

$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 3$: se factoriza cada trinomio cuadrado perfecto.

Comparando la ecuación anterior con $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, se concluye que

$$h = -1, k = 3, r =$$

Plano Cartesiano

Ejercicio: Dibuje un esquema de la gráfica de la ecuación

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$$

$(x^2 + 2x) + (y^2 - 6y) = -7$: se agrupan los términos con la misma variable.

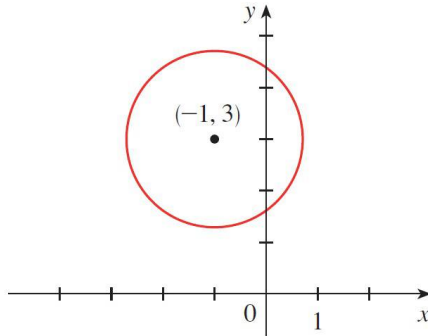
$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = -7 + 1 + 9$: se completan los cuadrados en las dos agrupaciones de términos.

$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 3$: se factoriza cada trinomio cuadrado perfecto.

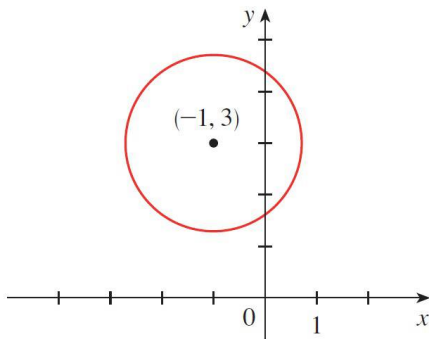
Comparando la ecuación anterior con $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, se concluye que

$$h = -1, k = 3, r = \sqrt{3}.$$

Plano Cartesiano



Plano Cartesiano



Gráfica de $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 3$

Plano Cartesiano

Ejercicio 1: Determine una ecuación en forma estándar de la circunferencia que cumple las condiciones dadas.

1.1) Centro $(2,-1)$ y radio 3.

1.2) Centro $(\frac{1}{2}, -3)$ y radio $\sqrt{7}$.

1.3) Centro $(-3,0)$ y radio $2\sqrt{3}$

1.4) Centro $(-2,-1)$ y pasa por el punto $(-3,-2)$

1.5) Centro $(2,-3)$ y pasa por el punto $(-2,1/2)$

1.6) Los puntos extremos de un diámetro son $(4,1)$ y $(3,0)$

1.7) Centro en el origen y pasa por $(3,4)$

1.8) Centro $(2,3)$ y es tangente al eje x .

1.9) Centro $(-2,-3)$ y es tangente al eje y .

1.10) Está en el segundo cuadrante, es de radio 2 y es tangente a los dos ejes

Plano Cartesiano

Ejercicio 1: Determine una ecuación en forma estándar de la circunferencia que cumple las condiciones dadas.

1.1) Centro $(2,-1)$ y radio 3.

1.2) Centro $(\frac{1}{2}, -3)$ y radio $\sqrt{7}$.

1.3) Centro $(-3,0)$ y radio $2\sqrt{3}$

1.4) Centro $(-2,-1)$ y pasa por el punto $(-3,-2)$

1.5) Centro $(2,-3)$ y pasa por el punto $(-2,1/2)$

1.6) Los puntos extremos de un diámetro son $(4,1)$ y $(3,0)$

1.7) Centro en el origen y pasa por $(3,4)$

1.8) Centro $(2,3)$ y es tangente al eje x .

1.9) Centro $(-2,-3)$ y es tangente al eje y .

1.10) Está en el segundo cuadrante, es de radio 2 y es tangente a los dos ejes

Plano Cartesiano

Ejercicio 2: Determine si las siguientes ecuaciones representan o no una circunferencia. En cada caso positivo, determine el centro, el radio y dibuje un esquema de la gráfica de la circunferencia.

$$2.1) x^2 + y^2 + 6x - 4y - 36 = 0;$$

$$2.3) x^2 + y^2 - 6x = 16;$$

$$2.5) x^2 + y^2 - 2x + 7y = 0;$$

$$2.7) x^2 + y^2 - 4y + 18 = 0$$

$$2.2) x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$$

$$2.4) x^2 + y^2 - 8x + y + \frac{1}{4} = 0$$

$$2.6) x^2 + y^2 - y - 3/4 = 0$$

Plano Cartesiano

Ejercicio 2: Determine si las siguientes ecuaciones representan o no una circunferencia. En cada caso positivo, determine el centro, el radio y dibuje un esquema de la gráfica de la circunferencia.

$$2.1) x^2 + y^2 + 6x - 4y - 36 = 0;$$

$$2.3) x^2 + y^2 - 6x = 16;$$

$$2.5) x^2 + y^2 - 2x + 7y = 0;$$

$$2.7) x^2 + y^2 - 4y + 18 = 0$$

$$2.2) x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$$

$$2.4) x^2 + y^2 - 8x + y + \frac{1}{4} = 0$$

$$2.6) x^2 + y^2 - y - 3/4 = 0$$