

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

Carlos A. Rivera-Morales

Precálculo I

# Tabla de Contenido

- Objetivos
- Inecuaciones Lineales en una Variable Real
- Notación de Intervalos y Gráficas Correspondientes
- Resolución de Inecuaciones Lineales en una Variable Real

# Objetivos:

Discutiremos:

- qué es una desigualdad o inecuación lineal en una variable real

# Objetivos:

Discutiremos:

- qué es una desigualdad o inecuación lineal en una variable real
- resolver inecuaciones lineales en una variable real.

# Objetivos:

Discutiremos:

- qué es una desigualdad o inecuación lineal en una variable real
- resolver inecuaciones lineales en una variable real.
- notación de intervalos.

# Objetivos:

Discutiremos:

- qué es una desigualdad o inecuación lineal en una variable real
- resolver inecuaciones lineales en una variable real.
- notación de intervalos.
- gráfica del conjunto solución de una inecuación lineal en una variable real.

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definición

Una **desigualdad o inecuación lineal** en la variable real  $x$  es una expresión de la forma  $ax + b < 0$ , con  $a \neq 0$ .

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definición

Una **desigualdad o inecuación lineal** en la variable real  $x$  es una expresión de la forma  $ax + b < 0$ , con  $a \neq 0$ .



# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definición

Una **desigualdad o inecuación lineal en la variable real**  $x$  es una expresión de la forma  $ax + b < 0$ , con  $a \neq 0$ .

**Nota:** El símbolo de desigualdad puede ser cualquiera de los siguientes:  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ ,  $\geq$ .

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definición

Una **desigualdad o inecuación lineal en la variable real**  $x$  es una expresión de la forma  $ax + b < 0$ , con  $a \neq 0$ .

**Nota:** El símbolo de desigualdad puede ser cualquiera de los siguientes:  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ ,  $\geq$ .

**Ejemplos:**

①  $5x - 2 \geq -3x + 8$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definición

Una **desigualdad o inecuación lineal en la variable real**  $x$  es una expresión de la forma  $ax + b < 0$ , con  $a \neq 0$ .

**Nota:** El símbolo de desigualdad puede ser cualquiera de los siguientes:  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ ,  $\geq$ .

## Ejemplos:

$$\textcircled{1} \quad 5x - 2 \geq -3x + 8$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{4x + 2}{3} < \frac{7x - 9}{5}$$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definición

Una **desigualdad o inecuación lineal en la variable real**  $x$  es una expresión de la forma  $ax + b < 0$ , con  $a \neq 0$ .

**Nota:** El símbolo de desigualdad puede ser cualquiera de los siguientes:  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ ,  $\geq$ .

## Ejemplos:

$$\textcircled{1} \quad 5x - 2 \geq -3x + 8$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{4x + 2}{3} < \frac{7x - 9}{5}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{3}{4}x \leq 5x - 3$$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definiciones:

1. Se llama **intervalo abierto y acotado** de extremos (o cotas)  $a$  y  $b$  al conjunto  $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ .

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definiciones:

1. Se llama **intervalo abierto y acotado** de extremos (o cotas)  $a$  y  $b$  al conjunto  $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ .



Figura: Gráfica del intervalo  $(a; b)$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definiciones:

1. Se llama **intervalo abierto y acotado** de extremos (o cotas)  $a$  y  $b$  al conjunto  $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ .



Figura: Gráfica del intervalo  $(a; b)$

2. Se llama **intervalo cerrado y acotado** de extremos  $a$  y  $b$  al conjunto  $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ .

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definiciones:

1. Se llama **intervalo abierto y acotado** de extremos (o cotas)  $a$  y  $b$  al conjunto  $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ .



Figura: Gráfica del intervalo  $(a; b)$

2. Se llama **intervalo cerrado y acotado** de extremos  $a$  y  $b$  al conjunto  $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ .



Figura: Gráfica del intervalo  $[a; b]$



# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definiciones:

1. Se llama **intervalo abierto y acotado** de extremos (o cotas)  $a$  y  $b$  al conjunto  $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ .



Figura: Gráfica del intervalo  $(a; b)$

2. Se llama **intervalo cerrado y acotado** de extremos  $a$  y  $b$  al conjunto  $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ .



Figura: Gráfica del intervalo  $[a; b]$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definiciones:

3. Se llama **intervalos semiabiertos (o semicerrados)** y

**acotados** de extremos  $a$  y  $b$  al conjunto

$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$  y al conjunto

$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ .

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Definiciones:

3. Se llama **intervalos semiabiertos (o semicerrados)** y **acotados** de extremos  $a$  y  $b$  al conjunto

$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$  y al conjunto

$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ .



Figura: Gráfica del intervalo  $[a;b)$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Nota:** También podemos definir intervalos no acotados (los símbolos  $-\infty$  y  $+\infty$  no son números reales y sólo se utilizan como notación).

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Nota:** También podemos definir intervalos no acotados (los símbolos  $-\infty$  y  $+\infty$  no son números reales y sólo se utilizan como notación).

$$(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}; \quad (-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} : x < a\}$$

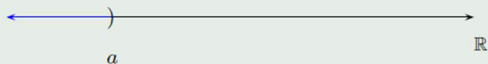


Figura: Gráfica del intervalo  $(-\infty; a)$

$$[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x\}; \quad (-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq a\}$$



Figura: Gráfica del intervalo  $(-\infty; a]$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Intervalos: Notación 1

















Notación de Intervalo	Notación de Conjunto	Gráfica
$(a, b)$	$a < x < b$	
$[a, b)$	$a \leq x < b$	
$[a, \infty)$	$x \geq a$	
$(a, \infty)$	$x > a$	
$(-\infty, a]$	$x \leq a$	
$(-\infty, a)$	$x < a$	
$(-\infty, \infty)$	$-\infty < x < \infty$	



FIGURA 2.12 Intervalos cerrados y abiertos.

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Intervalos: Notación 2

Notación de Intervalo	Notación de Conjunto	Gráfica
$(a, b)$	$\{x : a < x < b\}$	
$[a, b]$	$\{x : a \leq x \leq b\}$	
$[a, b)$	$\{x : a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x : a < x \leq b\}$	
$(-\infty, b]$	$\{x : x \leq b\}$	
$(-\infty, b)$	$\{x : x < b\}$	
$[a, +\infty)$	$\{x : x \geq a\}$	
$(a, +\infty)$	$\{x : x > a\}$	
$(-\infty, +\infty)$	$\mathbb{R}$	

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Herramientas para resolver inecuaciones lineales en una variable real

**Teorema:** Para todo número real  $a, b, c$ :

$$\textcircled{1} \quad a < b \iff a + c < b + c.$$



# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Herramientas para resolver inecuaciones lineales en una variable real

**Teorema:** Para todo número real  $a, b, c$ :

①  $a < b \iff a + c < b + c.$

②  $a < b \iff a - c < b - c.$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Herramientas para resolver inecuaciones lineales en una variable real

**Teorema:** Para todo número real  $a, b, c$ :

- 1  $a < b \iff a + c < b + c.$
- 2  $a < b \iff a - c < b - c.$
- 3 Si  $c > 0$ , entonces  $a < b \iff a \times c < b \times c.$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Herramientas para resolver inecuaciones lineales en una variable real

**Teorema:** Para todo número real  $a, b, c$ :

- 1  $a < b \iff a + c < b + c.$
- 2  $a < b \iff a - c < b - c.$
- 3 Si  $c > 0$ , entonces  $a < b \iff a \times c < b \times c.$
- 4 Si  $c < 0$ , entonces  $a < b \iff a \times c > b \times c.$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Herramientas para resolver inecuaciones lineales en una variable real

**Teorema:** Para todo número real  $a, b, c$ :

- 1  $a < b \iff a + c < b + c.$
- 2  $a < b \iff a - c < b - c.$
- 3 Si  $c > 0$ , entonces  $a < b \iff a \times c < b \times c.$
- 4 Si  $c < 0$ , entonces  $a < b \iff a \times c > b \times c.$
- 5 Si  $c > 0$ , entonces  $a < b \iff \frac{a}{c} < \frac{b}{c}.$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Herramientas para resolver inecuaciones lineales en una variable real

**Teorema:** Para todo número real  $a, b, c$ :

①  $a < b \iff a + c < b + c.$

②  $a < b \iff a - c < b - c.$

③ Si  $c > 0$ , entonces  $a < b \iff a \times c < b \times c.$

④ Si  $c < 0$ , entonces  $a < b \iff a \times c > b \times c.$

⑤ Si  $c > 0$ , entonces  $a < b \iff \frac{a}{c} < \frac{b}{c}.$

⑥ Si  $c < 0$ , entonces  $a < b \iff \frac{a}{c} > \frac{b}{c}.$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Herramientas para resolver inecuaciones lineales en una variable real

**Teorema:** Para todo número real  $a, b, c$ :

- 1  $a < b \iff a + c < b + c.$
- 2  $a < b \iff a - c < b - c.$
- 3 Si  $c > 0$ , entonces  $a < b \iff a \times c < b \times c.$
- 4 Si  $c < 0$ , entonces  $a < b \iff a \times c > b \times c.$
- 5 Si  $c > 0$ , entonces  $a < b \iff \frac{a}{c} < \frac{b}{c}.$
- 6 Si  $c < 0$ , entonces  $a < b \iff \frac{a}{c} > \frac{b}{c}.$

**Nota:** Existen propiedades similares para las relaciones de orden  $\leq, >, \geq.$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejemplo 1:**

$$5x - 7 > 3x + 9$$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejemplo 1:**

$$5x - 7 > 3x + 9$$

**Resolución:**

$$5x - 7 > 3x + 9$$

$$2x - 7 > 9$$

$$2x > 16$$

$$x > 8$$



# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejemplo 1:**

$$5x - 7 > 3x + 9$$

**Resolución:**

$$5x - 7 > 3x + 9$$

$$2x - 7 > 9$$

$$2x > 16$$

$$x > 8$$

**Gráfica del Conjunto Solución:**



Figura: Intervalo  $(8, +\infty)$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejemplo 2:**

$$1 - \frac{3x}{2} \geq x - 4$$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejemplo 2:**

$$1 - \frac{3x}{2} \geq x - 4$$

**Resolución:**

$$1 - \frac{3x}{2} \geq x - 4$$

$$2 - 3x \geq 2x - 8$$

$$2 - 5x \geq -8$$

$$-5x \geq -10$$

$$x \leq 2$$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejemplo 2:**

$$1 - \frac{3x}{2} \geq x - 4$$

**Resolución:**

$$1 - \frac{3x}{2} \geq x - 4$$

$$2 - 3x \geq 2x - 8$$

$$2 - 5x \geq -8$$

$$-5x \geq -10$$

$$x \leq 2$$

**Gráfica del Conjunto Solución:**

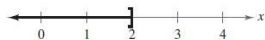


Figura: Intervalo  $(-\infty, 2]$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejemplo 3:**

$$\frac{1}{3}x - 5 > 3 - \frac{2}{5}(x - 1)$$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Ejemplo 3:

$$\frac{1}{3}x - 5 > 3 - \frac{2}{5}(x - 1)$$

## Resolución:

$$\frac{1}{3}x - 5 > 3 - \frac{2}{5}(x - 1)$$

$$15\left(\frac{1}{3}x - 5\right) > 15\left(3 - \frac{2}{5}(x - 1)\right)$$

$$5x - 75 > 45 - 6(x - 1)$$

$$5x - 75 > 45 - 6x + 6$$

$$5x - 75 > 51 - 6x$$

$$11x - 75 > 51$$

$$11x > 126$$

$$x > \frac{126}{11}$$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

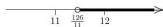
**Ejemplo 3:**

$$\frac{1}{3}x - 5 > 3 - \frac{2}{5}(x - 1)$$

**Resolución:**

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x - 5 &> 3 - \frac{2}{5}(x - 1) \\ 15\left(\frac{1}{3}x - 5\right) &> 15\left(3 - \frac{2}{5}(x - 1)\right) \\ 5x - 75 &> 45 - 6(x - 1) \\ 5x - 75 &> 45 - 6x + 6 \\ 5x - 75 &> 51 - 6x \\ 11x - 75 &> 51 \\ 11x &> 126 \\ x &> \frac{126}{11} \end{aligned}$$

**Gráfica del Conjunto Solución:**



# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejemplo 4:**

$$0.1x - 5.3 < 1.04 + x$$



# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

## Ejemplo 4:

$$0.1x - 5.3 < 1.04 + x$$

## Resolución:

$$0.1x - 5.3 < 1.04 + x$$

$$100(0.1x - 5.3) < 100(1.04 + x)$$

$$10x - 530 < 104 + 100x$$

$$-90x - 530 < 104$$

$$-90x < 634$$

$$x > \frac{634}{-90}$$

$$x > -\frac{317}{45}$$

# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejemplo 4:**

$$0.1x - 5.3 < 1.04 + x$$

**Resolución:**

$$0.1x - 5.3 < 1.04 + x$$

$$100(0.1x - 5.3) < 100(1.04 + x)$$

$$10x - 530 < 104 + 100x$$

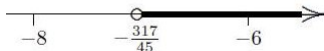
$$-90x - 530 < 104$$

$$-90x < 634$$

$$x > \frac{634}{-90}$$

$$x > -\frac{317}{45}$$

**Gráfica del Conjunto Solución:**



# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejercicios:** Escriba una desigualdad correspondiente al intervalo. Indique si el intervalo es acotado o no acotado. Grafique la desigualdad.

1.  $[-1, 5]$

2.  $(2, 10]$

3.  $(11, \infty)$

4.  $[-5, \infty)$

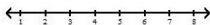
5.  $(-\infty, -2)$

6.  $(-\infty, 7]$

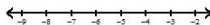
# Inecuaciones Lineales en una Variable Real

**Ejercicios:** Determine el conjunto solución  $C.S$  de cada inecuación. Grafique su conjunto solución.

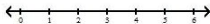
1)  $-15 \geq -2x - x$



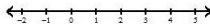
2)  $2r - 3r < 5$



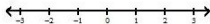
3)  $5 < n - 1 + 4$



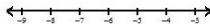
4)  $0 < m - 4 + 1$



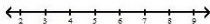
5)  $6(5 - 7b) - 6 < -22 + 4b$



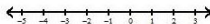
6)  $-4(-x + 7) \leq 7x - 10$



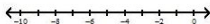
7)  $-(6 + 3v) < 8 - 5v$



8)  $-24 - 5n < -7(3n + 8)$



9)  $-9n + 5(n - 7) > -5(n + 8)$



10)  $-4(6a + 12) \geq 6(1 - 5a)$

