

MATE 3171

Respuestas para ejercicios: Modelos de Variación

A. Exprese el enunciado con una ecuación. (k es la constante de proporcionalidad)

1. A es conjuntamente proporcional a la raíz cuadrada de X y al cuadrado de Y

$$A = kY^2\sqrt{X}$$

2. P varía directamente con el cubo de Y .

$$P = kY^3$$

3. T varía inversamente con el cuadrado w .

$$T = \frac{k}{w^2}$$

4. Q es conjuntamente proporcional con l , v y u .

$$Q = klvu$$

5. Y es inversamente proporcional al cubo de m y proporcional a la raíz cubica de t .

$$Y = \frac{k\sqrt[3]{t}}{m^3}$$

B. Exprese el enunciado con una ecuación. Utilice los datos provistos para determinar la constante de proporcionalidad.

1. Y es directamente proporcional a X . Si $Y = 2$ entonces $X = 4$.

Modelo de variación: $Y = kX$

Debemos hallar k , constante de proporcionalidad. $Y = kX \implies 2 = k(4)$ por lo tanto $k = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Sustituyendo tenemos $Y = \frac{1}{2}X$

2. W es inversamente proporcional al cuadrado de r . Cuando $W = 10$, $r = 5$.

Modelo de variación: $W = \frac{k}{r^2}$

Debemos hallar k , constante de proporcionalidad. $W = \frac{k}{r^2} \implies 10 = \frac{k}{5^2}$
 $10 = \frac{k}{25}$ por lo tanto $k = 10 * 25 = 250$.

Sustituyendo tenemos $W = \frac{250}{r^2}$

3. Z varía directamente a la raíz cuadrada de t . Si $Z = 8$ entonces $t = 25$.

Modelo de variación: $Z = k\sqrt{t}$

Debemos hallar k , constante de proporcionalidad. $Z = k\sqrt{t} \implies 8 = k\sqrt{25}$
 $8 = k * 5$ por lo tanto $k = \frac{8}{5}$.

Sustituyendo tenemos $Z = \frac{8}{5}\sqrt{t}$

4. V es conjuntamente proporcional a x , y y z . Cuando $V = 30$, $x = 5$, $y = 1$ y $z = 3$. Modelo de variación: $V = k * x * y * z$

Debemos hallar k , constante de proporcionalidad. $V = k * x * y * z \implies 30 = k * 5 * 1 * 3$

$$30 = k * 15 \text{ por lo tanto } k = \frac{30}{15} = 2.$$

Sustituyendo tenemos $V = 2 * x * y * z$

5. La velocidad de una bicicleta es proporcional al cuadrado de la distancia recorrida por la bicicleta. Cuando la velocidad es 45 millas por horas la distancia recorrida es de 10 millas.

velocidad = v

distancia = d

Modelo de variación: $v = k * d^2$

Debemos hallar k , constante de proporcionalidad. $v = k * d^2 \implies 45 = k * 10^2$

$$45 = k * 100 \text{ por lo tanto } k = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0.45$$

Sustituyendo tenemos $v = 0.45 * d^2$

C. Resuelva cada problema presentando todo el procedimiento.

1. La Ley de Hooke para un resorte establece que el tamaño del alargamiento (o compresión) varía directamente según sea la fuerza que se le aplique. Una fuerza de 40 libras alarga el resorte 8 pulgadas.

- a. Escribir una ecuación que relacione la distancia alargada con la fuerza aplicada.

distancia alargada = d

fuerza aplicada = f

Modelo de variación: $d = k * f$

Lo primero que debemos hallar es k , constante de proporcionalidad. Entonces $8 = k * 40 \implies k = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$

Ahora el Modelo de variación es $d = \frac{1}{5} * f$.

- b. ¿Cuánto alargará el resorte una fuerza de 30 libras?

Utilizando el Modelo de variación $d = \frac{1}{5} * f$ y sustituyendo a $f = 30$

Tenemos $d = \frac{1}{5} * 30 \implies d = \frac{30}{5} = 6$.

El resorte alargará 6 pulgadas cuando hacemos una fuerza de 30 libras.

2. La Ley de los gases enuncia que el volumen de un gas encerrado varía directamente con la temperatura y es inversamente proporcional a la presión. La presión de un gas es de 25 kilogramos por centímetro cuadrado cuando la temperatura es de 100 grados y el volumen es de 200 centímetros cúbicos.

a. Escribir una ecuación que relacione la presión, la temperatura y el volumen del gas.

Volumen = V

temperatura = t

presión = p

Modelo de variación: $V = \frac{kt}{p}$

Lo primero que debemos hallar es k , constante de proporcionalidad. Entonces $200 = \frac{k \cdot 100}{25} \implies k = \frac{200 \cdot 25}{100} = 50$

Ahora el Modelo de variación es $V = \frac{50t}{p}$.

b. Encontrar la presión cuando la temperatura es de 135 y el volumen sea de 150 centímetros cúbicos.

Utilizando el Modelo de variación $V = \frac{50t}{p}$

Sustituyendo los datos provistos tenemos $150 = \frac{50 \cdot 135}{p} \implies p = \frac{50 \cdot 135}{150} = 45$.

Por lo que la presión cuando la temperatura es de 135 y el volumen sea de 150 centímetros cúbicos es 45 kilogramos por centímetro cuadrado.

3. Diego está en un concierto de Rock donde la intensidad del sonido de las bocinas varía inversamente a la raíz cuadrada de la distancia en que se encuentran las personas de la tarima.

a. Si la intensidad del sonido a 9 m desde la tarima son 2 unidades, ¿cuál es la intensidad del sonido a 25 m de la tarima?

Intensidad = I

Distancia = d

Modelo de variación: $I = \frac{k}{\sqrt{d}}$

Hallaremos k , constante de proporcionalidad, utilizando datos provistos.

Sustituyendo tenemos $2 = \frac{k}{\sqrt{9}} \implies k = 2\sqrt{9} = 2(3) = 6$

Ahora el modelo de variación es $I = \frac{6}{\sqrt{d}}$

Para contestar la pregunta debemos sustituir $d = 25$ m y tenemos que

$I = \frac{6}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}$

La intensidad del sonido a 25 m de la tarima es de $\frac{6}{5}$ unidades.

b. ¿Cuántos metros de la tarima Diego tiene que estar para que la intensidad del sonido sea $\frac{1}{10}$ unidad?

Utilizando el modelo de variación $I = \frac{6}{\sqrt{d}}$ y sustituyendo a $I = \frac{1}{10}$

Tenemos $I = \frac{1}{10} = \frac{6}{\sqrt{d}} \implies d = 60^2 = 3600$

Diego tiene que estar a 3600 m de la tarima para que la intensidad del sonido sea $\frac{1}{10}$ unidad.

4. El Dr. Jan Carlos Gonzalez advirtió que el número de mariposas que ve en el Campo de Golf es proporcional al cuadrado de la temperatura. Cuando la temperatura es de 90 grados, él contó 81 mariposas en el Campo de Golf.

Mariposas= M

temperatura= t

Modelo de variación: $M = kt^2$

Debemos hallar k , utilizando datos provistos, $81 = k90^2 \implies k = \frac{81}{8100} = \frac{1}{100}$

Sustituyendo a k tenemos $M = \frac{1}{100}t^2 = \frac{t^2}{100}$

- a. ¿Cuántas mariposas habrá cuando la temperatura sea de 80 grados?

Utilizaremos este Modelo de variación: $M = \frac{t^2}{100}$ y sustituyendo a $t = 80$,

$$M = \frac{80^2}{100} = \frac{6400}{100} = 64$$

Habrán 64 mariposas cuando la temperatura es de 80 grados.

5. La presión del agua en una vivienda es proporcional al cubo de la altura de la casa sobre la estación de bombeo. Para la casa que está a 2 metros de altura sobre la estación de bombeo la presión es 64 Pa.

Presión= P

altura= a

Modelo de variación: $P = ka^3$

Hallaremos entonces k , utilizando que cuando $a=2$, $P=64$.

Entonces sustituyendo tenemos $64 = k2^3 \implies k = \frac{64}{8} = 8$

Ahora el Modelo de variación es $P = 8a^3$

- a. Para que una casa tenga una presión de 88 Pa, ¿a qué altura de la estación de bombeo esta debe ser construida?

Utilizaremos el Modelo de variación $P = 8a^3$ y sustituiremos a $p = 88$.

Sustituyendo $88 = 8a^3$, entonces tenemos que despejar por a , y $a = \sqrt[3]{\frac{88}{8}} = \sqrt[3]{11}$.

6. El barco de Marisol viaja mar adentro a una velocidad constante. La distancia del barco desde la orilla varía directamente con el cuadrado del tiempo que ha estado viajando. En 10 minutos, el bote viaja 1 milla.

distancia= d

tiempo= t

Modelo de variación: $d = kt^2$.

Ahora hallaremos k utilizando los datos provistos. cuando $t=10$ min., entonces $d=1$ milla.

Sustituyendo tenemos $1 = k10^2 \implies k = \frac{1}{100}$

Ahora el modelo es $d = \frac{1}{100}t^2 = \frac{t^2}{100}$.

- a. ¿Cuántas millas el barco de Marisol viaja en 1 hora?

Como 1 hora = 60 minutos, entonces utilizando el modelo $d = \frac{1}{100}t^2 = \frac{t^2}{100}$

Ahora sustituyendo a $t = 60$ minutos tenemos que $d = \frac{60^2}{100} = 36$.

En una hora el barco de Marisol viajó 36 millas.

- b. El viaje al lugar donde Marisol deseaba bucear tomó 3.5 horas. ¿Cuántas millas estaba este lugar de la orilla?

Como 3.5 horas = 210 minutos, entonces utilizando el modelo $d = \frac{1}{100}t^2 = \frac{t^2}{100}$

Ahora sustituyendo a $t = 210$ minutos tenemos que $d = \frac{210^2}{100} = 441$.

El lugar donde Marisol bucea está a 441 millas.

7. Un envase contiene cierto volumen de un gas. El volumen de un gas, V , es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la presión.

volumen del gas= V

presión= p

Modelo de variación: $V = \frac{k}{\sqrt{p}}$.

- a. Cuando la presión del envase es de 100 Pa el volumen del gas es de 10. ¿Cual será la presión que se le debe aplicar al envase para lograr comprimir el gas a un volumen de 5? Utilizando el modelo de variación: $V = \frac{k}{\sqrt{p}}$ y la información provista en el ejercicio.

Tenemos que $10 = \frac{k}{\sqrt{100}} \implies k = 100$.

Ahora el Modelo $V = \frac{100}{\sqrt{p}}$. Debemos sustituir $V = 5$ y luego despejar por p .

Tenemos entonces que la $p = 20^2 = 400$.

Se necesita hacer una presión de 400 Pa para comprimir el volumen del gas 5.