

Sucesiones Aritméticas

Carlos A. Rivera-Morales

Precálculo 2

Tabla de Contenido

- Objetivos

1 Sucesiones Aritméticas

- Definición
- Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Objetivos:

Discutiremos:

- qué es una sucesión o progresión aritmética

Objetivos:

Discutiremos:

- qué es una sucesión o progresión aritmética
- sumas parciales de sucesiones aritméticas

Objetivos:

Discutiremos:

- qué es una sucesión o progresión aritmética
- sumas parciales de sucesiones aritméticas
- ejercicios y aplicaciones

Sucesiones Aritméticas

Sucesión Aritmética:

Definición: Una **sucesión o progresión aritmética** es una sucesión de la forma

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, a_1 + 4d, \dots$$

Sucesiones Aritméticas

Sucesión Aritmética:

Definición: Una **sucesión o progresión aritmética** es una sucesión de la forma

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, a_1 + 4d, \dots$$

El número a_1 es el **primer término** y d es la **diferencia común** de la sucesión. El n -ésimo término está dado por

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Sucesiones Aritméticas

Sucesión Aritmética:

Definición: Una **sucesión o progresión aritmética** es una sucesión de la forma

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, a_1 + 4d, \dots$$

El número a_1 es el **primer término** y d es la **diferencia común** de la sucesión. El n -ésimo término está dado por

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Sucesiones Aritméticas

Ejemplos:

- ① Si $a_1 = 3$ y $d = 5$, entonces se tiene la sucesión aritmética
 $3, 3 + 5, 3 + 10, 3 + 15, \dots$, o bien,
 $3, 8, 13, 18, \dots$

Sucesiones Aritméticas

Ejemplos:

- ① Si $a_1 = 3$ y $d = 5$, entonces se tiene la sucesión aritmética
 $3, 3 + 5, 3 + 10, 3 + 15, \dots$, o bien,
 $3, 8, 13, 18, \dots$

La diferencia entre cualquiera dos términos de esta sucesión es $d = 5$. El n -ésimo término es $a_n = 3 + 5(n - 1) = 5n - 2$.

Sucesiones Aritméticas

Ejemplos:

- ① Si $a_1 = 3$ y $d = 5$, entonces se tiene la sucesión aritmética

$$3, 3 + 5, 3 + 10, 3 + 15, \dots, \text{ o bien,} \\ 3, 8, 13, 18, \dots$$

La diferencia entre cualquiera dos términos de esta sucesión es $d = 5$. El n -ésimo término es $a_n = 3 + 5(n - 1) = 5n - 2$.

- ② Considere la sucesión aritmética

$$7, 3, -1, -5, \dots$$

Sucesiones Aritméticas

Ejemplos:

- ① Si $a_1 = 3$ y $d = 5$, entonces se tiene la sucesión aritmética

$$3, 3 + 5, 3 + 10, 3 + 15, \dots, \text{ o bien,} \\ 3, 8, 13, 18, \dots$$

La diferencia entre cualquiera dos términos de esta sucesión es $d = 5$. El n -ésimo término es $a_n = 3 + 5(n - 1) = 5n - 2$.

- ② Considere la sucesión aritmética

$$7, 3, -1, -5, \dots$$

En este caso la diferencia común es $d = -4$. El n -ésimo término es $a_n = 7 - 4(n - 1) = 11 - 4n$.

Sucesiones Aritméticas

Ejercicios:

- 1 Determine el término que ocupa la posición 100 de una sucesión aritmética cuyo primer término es 4 y la diferencia común es 5.

Sucesiones Aritméticas

Ejercicios:

- 1 Determine el término que ocupa la posición 100 de una sucesión aritmética cuyo primer término es 4 y la diferencia común es 5.
- 2 El cuarto término de una sucesión aritmética es 10 y el sexto es 16. Determine la fórmula para el n -ésimo término de la sucesión.

Sucesiones Aritméticas

Ejercicios:

- 1 Determine el término que ocupa la posición 100 de una sucesión aritmética cuyo primer término es 4 y la diferencia común es 5.
- 2 El cuarto término de una sucesión aritmética es 10 y el sexto es 16. Determine la fórmula para el n -ésimo término de la sucesión.
- 3 Una organización que se dedica a la ayuda al Tercer Mundo se inició con 125 personas. Si todos los meses se incorporan 5 voluntarios, ¿cuántas personas trabajarán en la organización al cabo de 2 años y medio?

Sucesiones Aritméticas

Ejercicios:

- 1 Determine el término que ocupa la posición 100 de una sucesión aritmética cuyo primer término es 4 y la diferencia común es 5.
- 2 El cuarto término de una sucesión aritmética es 10 y el sexto es 16. Determine la fórmula para el n -ésimo término de la sucesión.
- 3 Una organización que se dedica a la ayuda al Tercer Mundo se inició con 125 personas. Si todos los meses se incorporan 5 voluntarios, ¿cuántas personas trabajarán en la organización al cabo de 2 años y medio?
- 4 Las pérdidas de 5 años de una casa están en progresión aritmética. El último año perdió \$3,000 y la pérdida de cada año fue de \$300 menos que en el anterior. ¿Cuánto perdió el primer año?

Sumas Parcial de Sucesiones Aritméticas

Ejercicio: Determine la suma $S_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$.

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Ejercicio: Determine la suma $S_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$.

Una forma de calcular esta suma es escribir la suma dos veces invirtiendo los números en una de ellas.

$$S_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100.$$

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Ejercicio: Determine la suma $S_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$.

Una forma de calcular esta suma es escribir la suma dos veces invirtiendo los números en una de ellas.

$$\begin{aligned} S_{100} &= 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100. \\ S_{100} &= 100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 1 \end{aligned}$$

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Ejercicio: Determine la suma $S_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$.

Una forma de calcular esta suma es escribir la suma dos veces invirtiendo los números en una de ellas.

$$S_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100.$$

$$S_{100} = 100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 1$$

$$2S_{100} = 101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101.$$

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Ejercicio: Determine la suma $S_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$.

Una forma de calcular esta suma es escribir la suma dos veces invirtiendo los números en una de ellas.

$$S_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100.$$

$$S_{100} = 100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 1$$

$$2S_{100} = 101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101.$$

Por lo tanto,

$$2S_{100} = 100(101)$$

$$S_{100} = \frac{100(101)}{2}$$

$$S_{100} = 50(101) = 5050$$

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Si generalizamos lo anterior, obtenemos

$$\begin{array}{rcl} S_n = a_1 & + & (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + a_n \\ S_n = a_n & + & (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + a_1 \end{array}$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n)$$

Por lo tanto,

$$2S_n = n(a_1 + a_n)$$

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Sumas Parciales de una Sucesión Aritmética:

En el caso de la sucesión aritmética $a_n = a_1 + (n - 1)d$ está dada por:

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Sumas Parciales de una Sucesión Aritmética:

En el caso de la sucesión aritmética $a_n = a_1 + (n - 1)d$ está dada por:

$$\textcircled{1} S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Sumas Parciales de una Sucesión Aritmética:

En el caso de la sucesión aritmética $a_n = a_1 + (n - 1)d$ está dada por:

- 1 $S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$
- 2 $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Sumas Parciales de una Sucesión Aritmética:

En el caso de la sucesión aritmética $a_n = a_1 + (n - 1)d$ está dada por:

- 1 $S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$
- 2 $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$

Nota: Para obtener la segunda fórmula sustituya a_n por $a_1 + (n - 1)d$ en la primera.

Sucesiones Aritméticas

Ejercicios Sumas Parciales:

- 1 Si el quinto término de una sucesión aritmética es 18 y su diferencia común es 2, determine la suma de los primeros nueve términos de la sucesión.

Sucesiones Aritméticas

Ejercicios Sumas Parciales:

- 1 Si el quinto término de una sucesión aritmética es 18 y su diferencia común es 2, determine la suma de los primeros nueve términos de la sucesión.
- 2 ¿Cuántos términos de la sucesión aritmética $2, 8, 14, \dots$ hay que sumar para obtener 1064?

Sucesiones Aritméticas

Ejercicios Sumas Parciales:

- 1 Si el quinto término de una sucesión aritmética es 18 y su diferencia común es 2, determine la suma de los primeros nueve términos de la sucesión.
- 2 ¿Cuántos términos de la sucesión aritmética $2, 8, 14, \dots$ hay que sumar para obtener 1064?
- 3 Calcule el valor de $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$.

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Aplicaciones:

- 1 Una deuda puede ser pagada en 32 semanas pagando \$5,000 la primera semana, \$8,000 la segunda, \$11,000 la tercera semana, y así sucesivamente. Hallar el importe de la deuda.

Sumas Parciales de Sucesiones Aritméticas

Aplicaciones:

- 1 Una deuda puede ser pagada en 32 semanas pagando \$5,000 la primera semana, \$8,000 la segunda, \$11,000 la tercera semana, y así sucesivamente. Hallar el importe de la deuda.
- 2 Cierta compañía ha construido un pozo para abastecer de agua potable a una población de Somalia. El costo de construcción fue de 2,190 euros. ¿Qué profundidad tiene el pozo si se sabe que el primer metro costó 15 euros y cada metro restante costó 4 euros más que el anterior?