Trigonometría: Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Carlos A. Rivera-Morales

Precálculo 2

Tabla de Contenido

Objetivos:

Discutiremos:

- gráficas de las funciones $y = \operatorname{sen}(x)$, $y = \cos(x)$.

Objetivos:

Discutiremos:

- gráficas de las funciones $y = \operatorname{sen}(x)$, $y = \cos(x)$.
- gráficas de $y = A\operatorname{sen}(x)$, $y = A\cos(x)$

Objetivos:

Discutiremos:

- gráficas de las funciones $y = \operatorname{sen}(x)$, $y = \cos(x)$.
- gráficas de $y = A\operatorname{sen}(x)$, $y = A\cos(x)$
- gráficas de $y = A\operatorname{sen}(x) + D$, $y = A\cos(x) + D$

Objetivos:

Discutiremos:

- gráficas de las funciones $y = \operatorname{sen}(x)$, $y = \cos(x)$.
- gráficas de $y = A\operatorname{sen}(x)$, $y = A\cos(x)$
- gráficas de $y = A\operatorname{sen}(x) + D$, $y = A\cos(x) + D$
- gráficas $y = A\operatorname{sen}(Bx), y = A\cos(Bx); B > 0$

Objetivos:

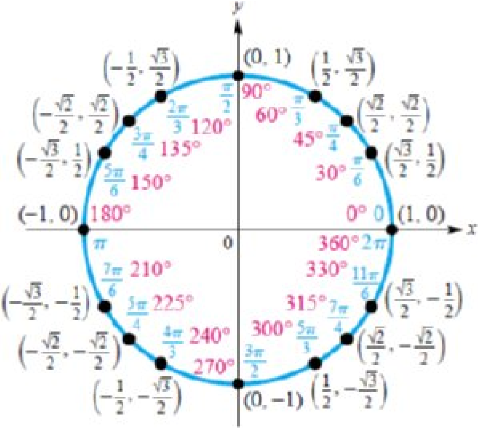
Discutiremos:

- gráficas de las funciones $y = \operatorname{sen}(x)$, $y = \cos(x)$.
- gráficas de $y = A\operatorname{sen}(x)$, $y = A\cos(x)$
- gráficas de $y = A\operatorname{sen}(x) + D$, $y = A\cos(x) + D$
- gráficas $y = A\operatorname{sen}(Bx), y = A\cos(Bx); B > 0$
- gráficas $y = A\operatorname{sen}(Bx - C), y = A\cos(Bx - C); B > 0$

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Función: $f(x) = \text{sen}(x)$
Dominio $= \mathbb{R} = \{\text{números reales}\}$
Rango $= [-1, 1]$
Periodo $= 2\pi$
Simetría $=$ Función impar; la gráfica es simétrica con respecto al origen
Valor mínimo $= -1$
Valor máximo $= 1$

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno



Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Figura: Un ciclo de la gráfica de la función seno

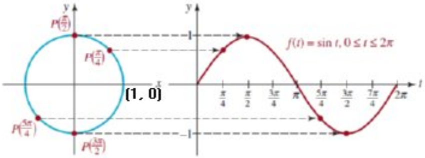
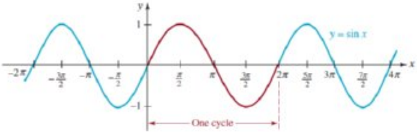


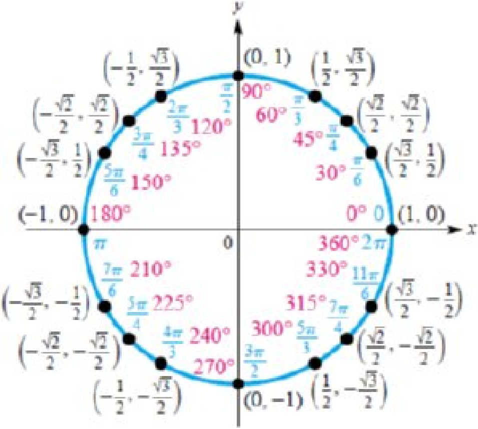
Figura: Gráfica de la función seno



Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Función: $f(x) = \cos(x)$
Dominio $=$ $\mathbb{R}$= {números reales}
Rango $= [-1, 1]$
Periodo $= 2\pi$
Simetría = Función par; la gráfica es simétrica con respecto al eje-Y
Valor mínimo $= -1$
Valor máximo $= 1$

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno



Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

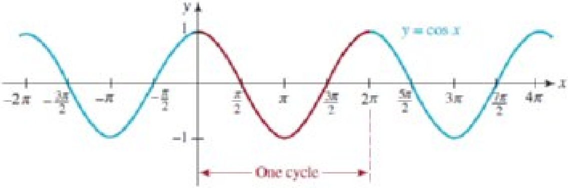


Figura: Un ciclo de la gráfica de la función coseno

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 1: Gráficas de $y = A\,\mathrm{sen}(x); y = A\cos(x)$

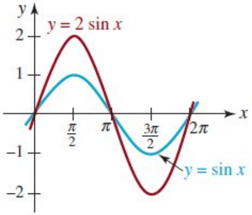


Figura: Estiramiento vertical de la gráfica de $y = \mathrm{sen}(x)$

$$Amplitud = \frac{1}{2}(M - m) = |A|$$

M: valor máximo de f; m: valor mínimo de f

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 1: Gráficas de $y = A\,\mathrm{sen}(x); y = A\cos(x)$

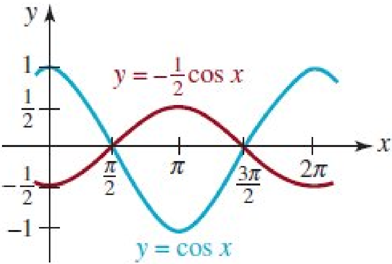


Figura: Encogimiento vertical y reflexión con respecto al eje-X de la gráfica de $y = \cos(x)$

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 2: Gráficas de $y = A\,\mathrm{sen}(x) + D; y = A\cos(x) + D$

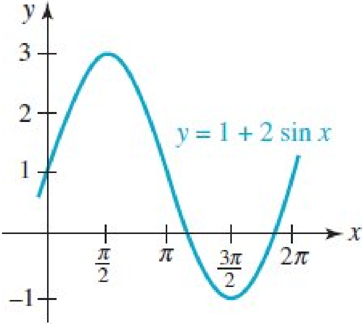


Figura: Gráfica de la función $y = 2\,\mathrm{sen}(x)$ trasladada una unidad hacia arriba.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 3: Gráficas de $y = A\,\mathrm{sen}(Bx); y = A\cos(Bx); B > 0$

Consideremos la gráfica de $y = \mathrm{sen}(Bx)$, para $B > 0$. La función $y = \mathrm{sen}(x)$ genera un ciclo de la función seno cuando $0 \leq x < 2\pi$. De forma similar, la función $y = \mathrm{sen}(Bx)$ genera un ciclo de la gráfica de la función seno cuando $0 \leq Bx < 2\pi$. Esto es, cuando $0 \leq x < \frac{2\pi}{B}$.

Algo similar ocurre con la función coseno.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 3: Gráficas de $y = A\,\text{sen}(Bx); y = A\cos(Bx); B > 0$

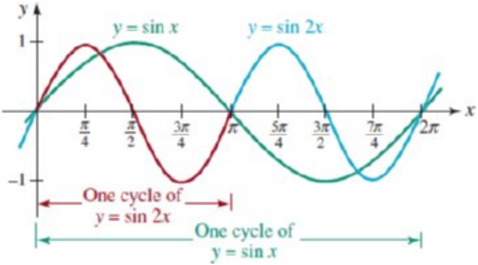


Figura: Comparación de las gráficas de $y = \text{sen}(x)$ y $y = \text{sen}(2x)$.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 3: Gráficas de $y = A\,\mathrm{sen}(Bx); y = A\cos(Bx); B > 0$

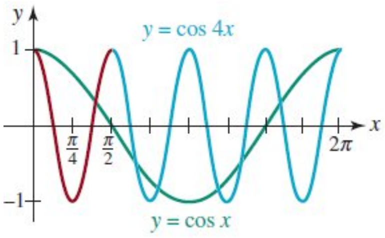


Figura: Comparación de las gráficas de $y = \cos(x)$ y $y = \cos(4x)$.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 3: Gráficas de $y = A\,\mathrm{sen}(Bx); y = A\cos(Bx); B > 0$

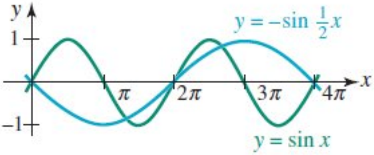


Figura: Comparación de las gráficas de $y = \mathrm{sen}(x)$ y $y = -\mathrm{sen}(\frac{1}{2}x)$.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Periodo de las funciones seno y coseno

Si $B > 0$, entonces los periodos de las funciones $y = A\,\text{sen}(Bx)$ y $y = \cos(Bx)$ están dados por

$$Periodo = \frac{2\pi}{B}$$

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 4: Gráficas de
$y = A\,\mathrm{sen}(Bx - C); y = A\cos(Bx - C); B > 0$

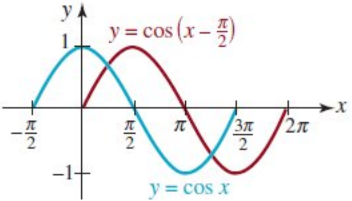


Figura: Comparación de las gráficas de $y = \cos(x)$ y $y = \cos(x - \frac{\pi}{2})$.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 4: Gráficas de
$y = A\,\mathrm{sen}(Bx - C); y = A\cos(Bx - C); B > 0$

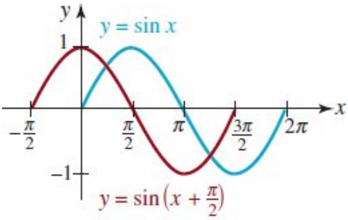


Figura: Comparación de las gráficas de $y = \mathrm{sen}(x)$ y $y = \mathrm{sen}(x + \frac{\pi}{2})$.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 4: Gráficas de
$y = A\,\mathrm{sen}(Bx - C); y = A\cos(Bx - C); B > 0$

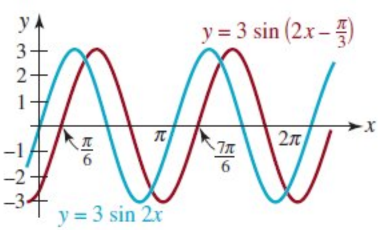


Figura: Gráfica de $y = 3\,\mathrm{sen}(2x)$ y $y = 3\,\mathrm{sen}(2x - \frac{\pi}{3})$.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Caso 4: Gráficas de
$y = A\,\mathrm{sen}(Bx - C); y = A\cos(Bx - C); B > 0$

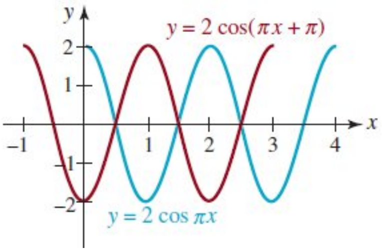


Figura: Gráfica de $y = 2\cos(\pi x)$ y $y = 2\cos(\pi x + \pi)$.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Gráficas de las funciones seno y coseno

Sea $B > 0$. Las gráficas de $y = A\,\mathrm{sen}(Bx - C)$ y $y = A\cos(Bx - C)$ tienen las propiedades siguientes:

$$Amplitud = |A|, \quad Periodo = \frac{2\pi}{B}$$

Un intervalo adecuado para graficar un periodo completo es $[\frac{C}{B}, \frac{2\pi+C}{B})$.

Desplazamiento de fase o desfase $= \frac{C}{B}$.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Gráficas de las funciones seno y coseno

Sea $B > 0$. Las gráficas de $y = A\,\mathrm{sen}(Bx - C)$ y $y = A\cos(Bx - C)$ tienen las propiedades siguientes:

$$Amplitud = |A|, \quad Periodo = \frac{2\pi}{B}$$

Un intervalo adecuado para graficar un periodo completo es $[\frac{C}{B}, \frac{2\pi + C}{B})$.

Desplazamiento de fase o desfase $= \frac{C}{B}$.

Gráficas de las Funciones Seno y Coseno

Ejercicios: Determine la amplitud, periodo y desplazamiento de fase y grafique un periodo completo de la función dada.

1. $y = 2\,\mathrm{sen}(x + \frac{\pi}{3})$
2. $y = -5\cos(3x - \frac{\pi}{4})$
3. $y = 1 + \cos(3x + \frac{\pi}{2})$
4. $y = \mathrm{sen}[\frac{1}{2}(x + \frac{\pi}{4})]$