

Práctica Examen 1 Precálculo 1

A. Comprobación de conceptos:

1. Defina cada concepto en sus propias palabras. Compruebe la respuesta refiriéndose a la definición del texto.
 - a. número entero
 - b. número racional
 - c. número irracional
 - d. número real
2. Enuncie cada una de las siguientes propiedades de los números reales:
 - a. propiedad conmutativa de la suma
 - b. propiedad asociativa de la multiplicación
 - c. propiedad distributiva
3. Enuncie las fórmulas de los productos especiales para:
 - a. $(a+b)^2$
 - b. $(a-b)^2$
4. Enuncie cada fórmula para factorización especial:
 - a. trinomio cuadrado perfecto
 - b. diferencia de dos cuadrados
 - c. suma de dos cubos
 - d. diferencia de dos cubos
5. Enuncie las leyes de los exponentes enteros.
6. Enuncie las propiedades básicas de los radicales.
7. ¿Qué es el valor absoluto de un número?
8. ¿Qué es un intervalo abierto? ¿Qué es un intervalo cerrado?
9. Escriba la forma general de cada tipo de ecuación:
 - a. ecuación lineal en una variable real
 - b. ecuación cuadrática en una variable real
10. Mencione formas diferentes de resolver una ecuación cuadrática en una variable.
11. Enuncie las reglas para trabajar con desigualdades.
12. ¿Cómo se resuelve una inecuación (desigualdad) lineal en una variable real?
13. ¿Cómo se resuelve una inecuación (desigualdad) no lineal en una variable real?
14. Describa el proceso de completar el cuadrado a partir de $x^2 + bx$.
15. Escriba la fórmula cuadrática.

B. Llene los espacios en blanco:

1. Dos ecuaciones (o inecuaciones) que tienen el mismo conjunto solución se llaman _____.
2. Una ecuación que se satisface para todo valor permitido de la variable se llama un(a) _____.
3. Una ecuación que ningún valor permitido de la variable la satisface se llama un(a) _____.
4. Una ecuación que solamente la satisfacen algunos de los valores permitidos de la variable se llama un(a) _____.
5. La cantidad $b^2 - 4ac$ se llama _____ de una ecuación cuadrática. Si es _____ la ecuación no tiene solución real.

6. Si $a < 0$, entonces $|a| =$ _____.
7. $\sqrt{x^2} =$ _____.
8. Si cada lado de una desigualdad se multiplica por un número _____, entonces la dirección o sentido de la desigualdad se invierte.
9. En el número $5 + 2i$, el número _____ se llama parte _____; el número 2 es la parte _____ y el número i se denomina _____.
10. Sean $x, y \in \mathbb{R}$. Si $3x - 4i = 6 + 8yi$, entonces $x =$ _____; $y =$ _____.

Cierto o Falso

1. Todo número real se puede expresar como una fracción aritmética.
2. La forma decimal de un número irracional no termina, pero puede ser repetitiva o periódica.
3. El conjugado complejo de $2 - (\sqrt{5})i$ es $-2 + (\sqrt{5})i$.
4. La estructura algebraica $(\mathbb{C}, +, \times,)$ es un cuerpo. ($\mathbb{C} = \text{Números complejos}$)
5. $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$, donde $(\mathbb{R} = \text{Números reales}; \mathbb{C} = \text{Números complejos})$.
6. Si el discriminante de una ecuación cuadrática es un número real positivo, entonces la ecuación tiene dos raíces o soluciones reales, donde una es el opuesto aditivo de la otra.
7. La expresión $x^2 + x + 1$ asume valor positivo para cualquier número real x .
8. Sean $a, b, c \in \mathbb{R}$. Si $a < b$ y $c < 0$, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
 - a. $a - c < b - c$
 - b. $a \times c < b \times c$
 - c. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
9. La inecuación o desigualdad $x^2 + 1 < -5$ no tiene soluciones reales.

D. Colección de problemas diversos de diferentes temas:

_____ 1) Si $\frac{1}{2}(x + 5) - 4 = \frac{1}{3}(2x - 1)$, entonces x es igual a:

- a) -7
- b)
- c) -4
- d) 0

_____ 2) Al resolver la ecuación $\frac{2}{x - 3} - \frac{4}{x + 3} = \frac{8}{x^2 - 9}$ se obtiene que x es igual a:

- a) -13
- b) 11
- c) 5
- d) $\frac{-5}{3}$

___ 3) Considere las siguientes afirmaciones:

I Los números reales son un subconjunto de los complejos.

II $i = -1$

III El producto de un número complejo por su conjugado es un número real no negativo.

Son ciertas:

a) I y II

b) I y III

c) II y III

d) I, II y III

___ 4) Efectúe las operaciones indicadas $\frac{(2-3i)^2}{5-4i}$ y exprese el resultado en la forma $a + bi$.

___ 5) La menor de las soluciones de la ecuación $4(x-3)^2 - 196 = 0$ es igual a:

a) $3 + \sqrt{192}$

b) 2404

c) -4

d) $\sqrt{58}$

___ 6) Al resolver la ecuación $15x^2 = 5 - 10x$ y **sumar** sus soluciones obtenemos _____:

___ 7) Al resolver la ecuación $-6x + 10 = -x^2$ en los números complejos y **multiplicar** sus soluciones obtenemos:

a) $-\frac{15}{2}$

b) 8

c) 10

d) 37

___ 8) Complete el cuadrado a partir de $x^2 - \frac{10}{7}x$.

_____ 9) Sea k un número real. Si la ecuación $-4x = -3kx^2 - 5$ no tiene soluciones reales, entonces:

a) $k > \frac{4}{15}$

b) $k = 76$

c) $k = \frac{4}{15}$

d) $k < 76$

_____ 10) Determine las soluciones reales de la ecuación $x^{\frac{2}{7}} - 3x^{\frac{1}{7}} = -1$.

_____ 11) Al resolver la ecuación $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2+4x+4} = 6$ obtenemos:

a) $\left\{ \frac{-1+\sqrt{504}}{12}, \frac{-1-\sqrt{504}}{12} \right\}$

b) $\left\{ -\frac{3}{2}, -\frac{7}{3} \right\}$

c) $\left\{ \frac{147}{37}, \frac{-147}{3} \right\}$

d) No tiene solución en los reales.

_____ 12) ¿Cuál es el producto de las soluciones de la ecuación $\sqrt[3]{x^2 - 6x} + 2 = 0$?

_____ 13) Al resolver en \mathbb{R} la ecuación $1 = \sqrt{2x-5} - \sqrt{x-3}$ y sumar las soluciones reales obtenemos:

a) -4

b) 3

c) 4

d) 10

e) Ninguna de las anteriores

_____ 14) El producto de las soluciones de la ecuación $|5x - 2| = -4$ es igual a:

a) $-\frac{12}{25}$

b) $-\frac{4}{25}$

c) $-\frac{36}{25}$

d) La ecuación no tiene solución.

_____ 15) Al resolver la desigualdad $\frac{2}{5} - \frac{1}{4}x \geq \frac{1}{10}$ y expresar la solución en notación de intervalo se obtiene:

a) $\left(-\infty, \frac{6}{5}\right]$

b) $\left(\frac{6}{5}, \infty\right)$

c) $\left(-\infty, \frac{4}{40}\right]$

d) $\left(\frac{3}{40}, \infty\right)$

_____ 16) Sean a y b dos constantes reales. De las afirmaciones:

I Si $a > b$ entonces $-3a > -3b$

II Si $|x| < 3$ entonces $x > 3$ o $x < -3$

III Si $7 > b$ entonces $7 + (-6) > b + (-6)$

son **falsas**:

a) I y II

b) I y III

c) II Y III

d) I, II y III

_____ 17) Resuelva la desigualdad cuadrática $100 - x^2 \leq 0$ y exprese su conjunto solución en notación de:

a) intervalo

b) conjunto

Grafique su conjunto solución o conjunto de soluciones.

_____ 18) Dibue la gráfica del conjunto de soluciones de la desigualdad $\frac{7-x}{x^2-36} \geq 0$.

___ 19) Al resolver la desigualdad $\frac{x+1}{x+3} \leq -1$ y expresar la solución en notación de intervalo se obtiene:

- a) $(-3, -2]$
- b) $(-\infty, -2]$
- c) $(-\infty, -3]$
- d) $[-2, \infty)$

___ 20) Sean d, f y e tres números reales con $d > 0, f > 0$ y $e < 0$. El conjunto de soluciones de la desigualdad $ex + d > f + 3d$ es:

- a) $\left(\frac{f+4d}{e}, \infty\right)$
- b) $\left(-\infty, \frac{f+2d}{e}\right)$
- c) $[e(f+3), \infty]$
- d) $(-\infty, f+2d-e)$

___ 21) Determine y grafique el conjunto solución de la desigualdad $|2x + 3| \leq 7$

___ 22) En los números reales, la desigualdad $\left|\frac{3}{4} - \frac{1}{2}x\right| \leq \frac{3}{5}$ tiene:

- a) Una solución
- b) Dos soluciones
- c) Infinitas soluciones
- d) No tiene solución

___ 23) Resuelva:

La suma de tres números enteros consecutivos es 516. Determine el producto del número mayor y el menor.

___ 24) En la librería del Colegio el precio regular del libro de Precálculo es \$60.00. Si este tiene un 30% de descuento entonces su precio, luego del descuento es:

- a) \$30.00
 - b) \$18.00
 - c) \$59.70
 - d) \$42.00
-

_____ 25) Resuelva:

Dos autos A y B salen del mismo punto y recorren un trayecto rectilíneo. El Auto A tiene una velocidad promedio de 70 millas por hora y el auto B de 90 millas por hora. Si el auto B parte dos horas después que el auto A, entonces determine el tiempo, en horas, que tarda el auto B en alcanzar el A.

_____ 26) El largo de una cancha de baloncesto es el doble del ancho. Si el perímetro de la cancha es 120 pies, entonces el triple del largo, en pies, es igual a:

- a) 60
- b) 120
- c) 240
- d) 160

_____ 27) Resuelva:

En el Departamento de Química de la UPR en Cayey, a 15 litros de una solución al 20% de alcohol por volumen le añadieron alcohol puro para obtener una mezcla al 30% de alcohol por volumen. Determine la cantidad de litros de alcohol puro que añadieron.

_____ 28) Una persona planea invertir \$24,000.00. Parte del dinero lo va a invertir en Certificados de ahorro que pagan el 9% de interés anual simple y el resto en una cuenta de Banco que paga el 12% de interés anual simple. Si la persona desea después de 1 año una ganancia igual al 10% de su inversión total, entonces el doble de la cantidad que se debe invertir al 12% es igual a:

- a) \$32,000.00
 - b) \$20,000.00
 - c) \$16,000.00
 - d) \$28,000.00
-

_____ 29) Resuelva:

Si el perímetro de un triángulo rectángulo es 12 y la hipotenusa es 5, entonces ¿cuál es su área?

- _____ 30) El largo de un rectángulo es 4 pies más que el ancho. Si el área del rectángulo es 45 pies cuadrados entonces su perímetro, en pies, es igual a:
- a) 14
 - b) 28
 - c) 156
 - d) 96
-

Ejercicios Adicionales

D. Determine el conjunto solución de:

1. $\frac{4x-5}{3-7x}=4$
2. $\frac{x}{3} \geq 2 + \frac{x}{6}$
3. $\frac{1-3x}{4} = \frac{x+6}{3} + \frac{1}{2}$
4. $|2x-3|=5$
5. $|3x+4| < \frac{1}{2}$
6. $|1-2x| > \frac{1}{3}$
7. $\frac{3}{x+5} + \frac{4}{x} = 2$
8. $(x-1)(x-2)(2x+3) \leq 0$
9. $\frac{x+1}{1-x} < 0$
10. $\frac{5}{x+2} - \frac{2x-1}{5} = 0$
11. $x^3 > 3x^2$
12. $1-x - \frac{2}{6x+1} = 0$
13. $(x+2)(x^2-x+1) > 0$
14. $\frac{x}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$
15. $\frac{1}{x+2} > \frac{3}{x+1}$

E. Resuelva para x en términos de las otras letras:

1. $\frac{1}{x} + \frac{1}{n} = \frac{2}{p}$

2. $2(xy)^2 - 3xy + 1 = 0$; $(y \neq 0)$

3. $21x^2 - 2kx - 3k^2 = 0$; $(k > 0)$

4. $(x-p)^2 + (x-q)^2 = p^2 + q^2$

F. Resuelva para la letra indicada:

1. $16t^2 + v_0 t = 0$; para t

2. $-(1/2)g t^2 + v_0 t + h_0 = 0$; para t

G. Determine el valor de k tal que la ecuación tenga exactamente una solución real:

1. $x^2 + 12x + k = 0$

2. $3x^2 + \sqrt{2k}x + 6 = 0$

3. $x^2 + kx + 5 = 0$

4. $kx^2 + kx + 1 = 0$

H. Determina todos los números reales que son solución de la ecuación:

1. $x^{\frac{4}{3}} - 5(x^{\frac{2}{3}}) + 6 = 0$

2. $x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{4}} - 4 = 0$

3. $\sqrt{x-8} = 2x + 1$

4. $\sqrt{x-5} - \sqrt{x+4} + 1 = 0$

5. $\sqrt{2x+6} + \sqrt{x+4} - \sqrt{8x+9} = 0$

6. $(\sqrt{x-1})^2 - 7(\sqrt{x-1}) + 10 = 0$

I. Determine todas las soluciones en $(\mathbb{R} = \{\text{Números reales}\})$ de cada ecuación.

1. $x^2 + 25 = 0$

2. $8x^2 - 4x + 1 = 0$

3. $x + 4 + \frac{12}{x} = 0$

4. $x^3 - 8 = 0$

5. $x^4 - 16 = 0$

J. Problemas Verbales

1. En la clase precálculo usted obtuvo puntuaciones de 58, 72 y 85 en los tres exámenes parciales. Cada examen parcial de precálculo tiene un valor de 100 puntos. Para obtener una calificación de B, el promedio de los tres exámenes parciales con la del examen final debe ser mayor o igual que 80 y menor que 90; para obtener calificación de A, el promedio debe ser de 90, al menos. Para cada caso, resuelva una desigualdad y determine el rango de la puntuación que necesita en el examen final, de un máximo de 150 puntos, para obtener una:
 - a. B en el curso. ¿Tiene posibilidades de obtener B?
 - b. A en el curso ¿Tiene posibilidades de obtener A?
2. Un alambre 360 pulgadas de largo se corta en dos partes. Con una de las partes se forma un cuadrado y con otra un círculo. Si las dos figuras tienen el mismo área, ¿cuánto mide cada trozo de alambre?. Expresar los resultados a la décima más cercana de una pulgada.
3. Un lote de terreno tiene la forma de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 7 pies más que uno de sus catetos. El perímetro del terreno es de 392 pulgadas. ¿Cuánto mide el otro cateto?
4. Una pelota es lanzada desde el suelo verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 80 pies por segundo. La distancia s , en pies, de la pelota al suelo después de t segundos está dada por $s=80t-16t^2$.
 - a. Calcule el intervalo de tiempo en que la pelota está a más de 96 pies del suelo.
 - b. Luego de haber sido lanzada, ¿cuándo la pelota llega al suelo?
5. En una tienda se mezclan 2 clases de grano de café, uno vale \$2.80 la libra y el otro, \$3.20. Si la mezcla pesa 400 libras y se vende a \$3.02 la libra. ¿Cuántas libras de cada clase de grano se debe utilizar?
6. Dos ciclistas separados por 90 millas inician, al mismo tiempo, un viaje para encontrarse. Uno se desplaza el doble de rápido que el otro. Si se encuentran dos horas después, ¿a qué velocidad promedio viajó cada ciclista?
7. Un operador puede hacer solo una tarea en 6 horas. Con la ayuda de un auxiliar, la tarea se puede realizar en 2 horas. ¿Cuánto tardará el auxiliar trabajando solo?
8. **A** realiza un trabajo en $\frac{2}{5}$ del tiempo en que **B** lo efectúa. Si **A** y **B** pueden hacer el trabajo juntos en 100 horas, ¿cuánto demora cada uno en realizar el trabajo por sí solo?
9. Una caja de base cuadrada y sin tapa se construye a partir de una pieza cuadrada de cartón, en la que se recortan cuadrados de 4 pulgadas en cada esquina, y se doblan los lados para formar la caja. La caja tendrá un volumen de 100 pulg cúbicas. ¿De qué tamaño tiene que ser la pieza cuadrada de cartón?